অধ্যায় ১৪

অনুপাত, সদৃশ্যতা ও প্রতিসমতা

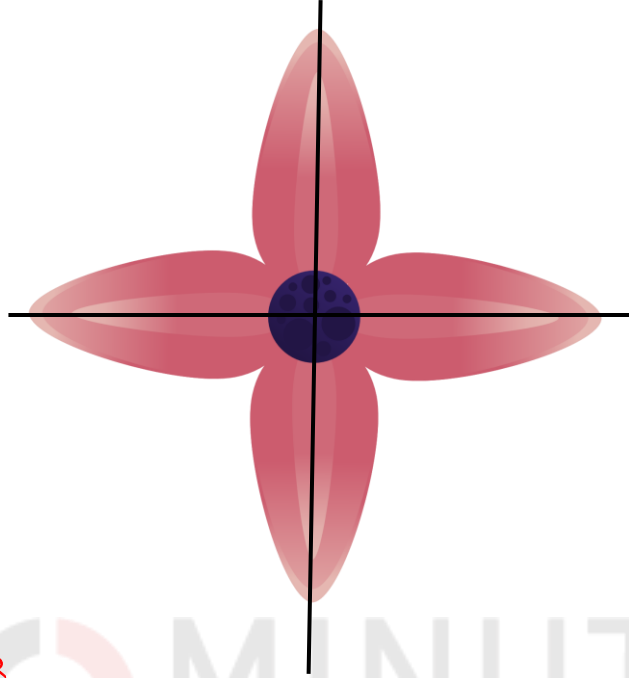
MAIN TOPIC

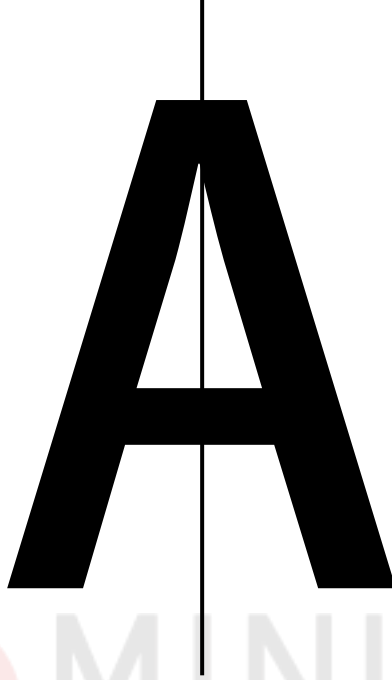
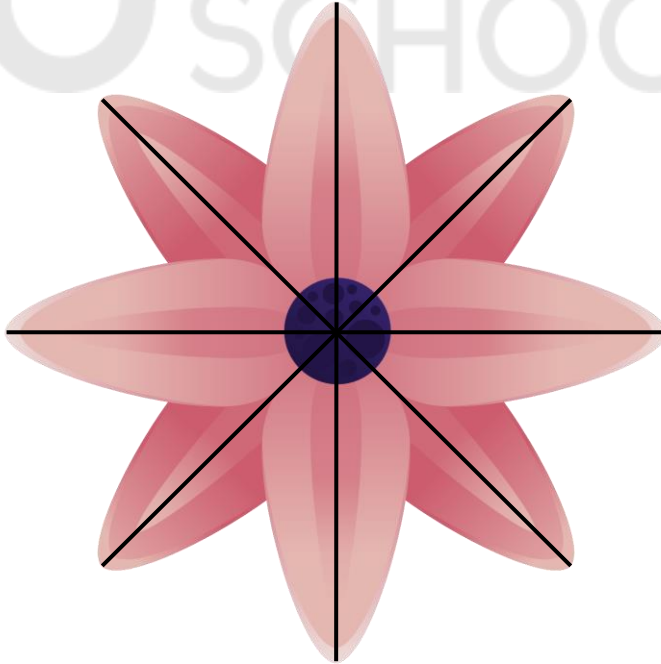
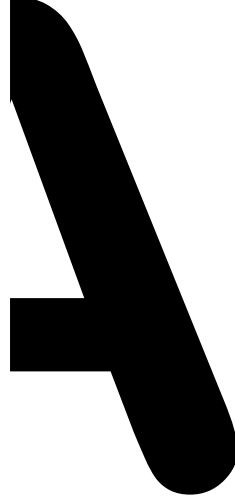
→ মাঝ বরাবর ভাঁজ করলে হুবহু মিলে যায়।

❖ কোনো চিত্র বা ক্ষেত্রকে মাঝ বরাবর ভাঁজ করলে যদি তা হুবহু মিলে যায়, তবে ঐ মিলে যাওয়াকে প্রতিসমতা বলে।

❖ যতবার ভাঁজ করলে হুবহু মিলে যাবে সেই সংখ্যাকে প্রতিসমতার রেখা বা প্রতিসাম্য রেখা বলে ।

❖ প্রতিসমতার অন্য নাম- রেখা প্রতিসমতা, দর্পণ প্রতিসমতা, প্রতিফলন প্রতিসমতা।

❖ প্রজাপতি ও পাখির প্রতিসমতা বা রেখা প্রতিসমতা-১।

- এর রেখা প্রতিসমতা-২
- ঘূর্ণন প্রতিসমতা-৪

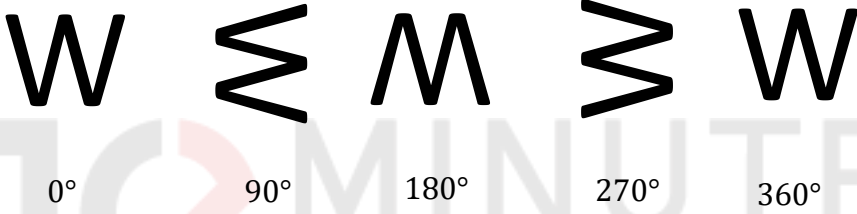
- এর রেখা প্রতিসমতা-১

➢ এর রেখা প্রতিসমতা-১

➢ এর রেখা প্রতিসমতা-৮

❖ এটা আয়নাতে নিয়ে ধরলে সম্পূর্ণ A হয়ে যাবে। তাই এই রেখা প্রতিসমতাকে দর্পণ বা প্রতিফলন প্রতিসমতা বলে।

দর্পণ প্রতিসমতা

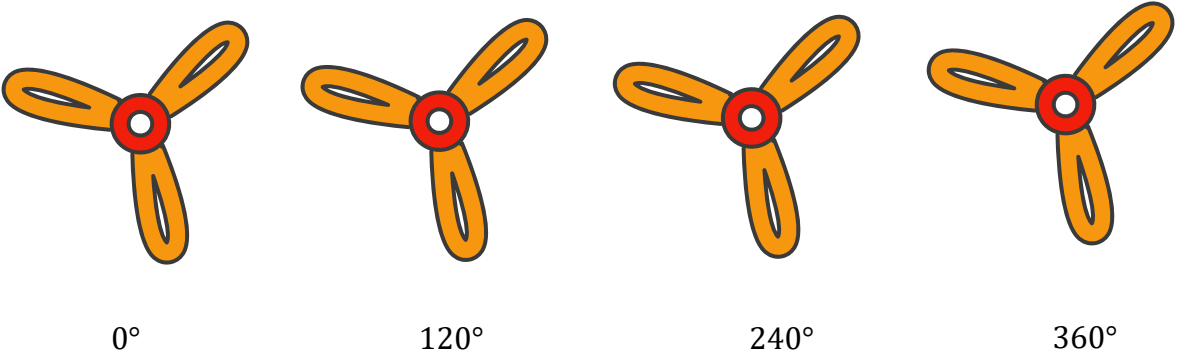
- ৩৬০° ঘূর্ণনের ফলে কোনো ক্ষেত্র যদি তার আদি অবস্থার সাথে মিলে যায় তবে তাকে ঘূর্ণন প্রতিসমতা বলে।
- কোনো জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা তখনই থাকে, যখন তার অর্ধাংশের প্রতিচ্ছবি বাকি অর্ধাংশের সাথে মিলে যায়।
- রেখা প্রতিসমতাকে দর্পণ বা প্রতিফলন প্রতিসমতাও বলে।

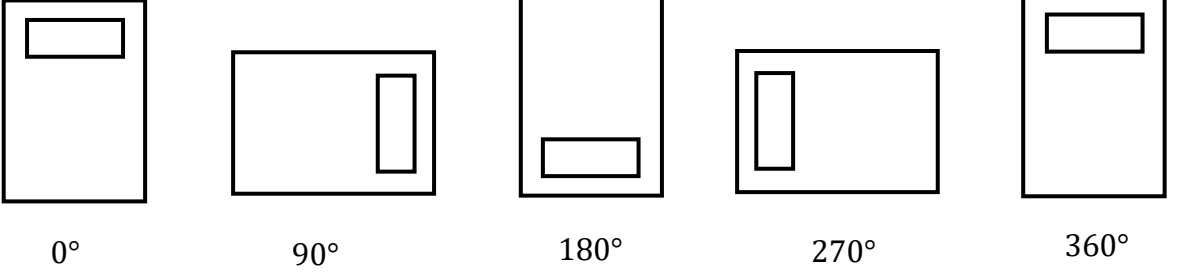
ঘূর্ণন প্রতিসমতা

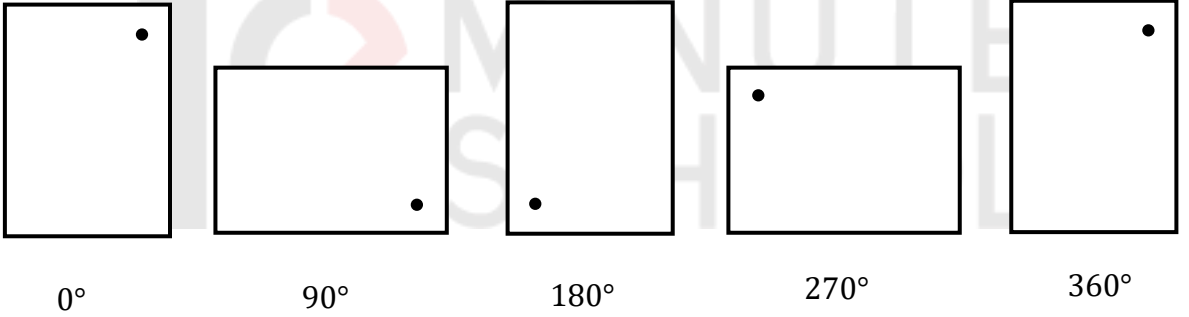
- **W** কে 90° ঘুরিয়ে পাই,

0° 90° 180° 270° 360°

W কে 90° বরাবর 4 বার ঘুরিয়ে 1 বার হুবহু **W** পাওয়া যায়। অর্থাৎ একটি পূর্ণ ঘূর্ণনে **W** এর ঘূর্ণন প্রতিসমতা 1।

-

0° 120° 240° 360°

Fan টির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 3। কেননা একে 90° করে যতবারই ঘুরানো হয় ততবারই হুবহু প্রথম অবস্থা পাওয়া যায়।

∴ প্রতিসমতার মাত্রা 3।

ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1।

➢

ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1।

উল্লেখ্য : ছবির এক কোণে এটা ● শুধুমাত্র একটা নির্দেশক। এটি ছবির অনর্ভুক্ত নয়। ছবিকে যে আসলেই ঘোরানো হচ্ছে সেটা বুঝার জন্য শুধুমাত্র নির্দেশক ব্যবহার করা হয়েছে।

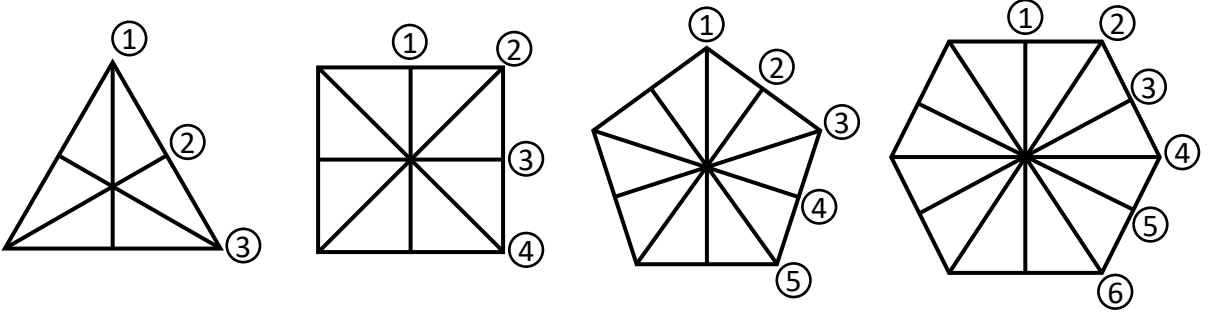
Exclusive Note:

- সুষম কোনো ক্ষেত্র হলে এর রেখা প্রতিসমতা হবে ক্ষেত্রের বাহুর সমান।
- ঘূর্ণন প্রতিসমতার সাথে মাত্রা হয়। রেখা প্রতিসমতার ক্ষেত্রে মাত্রা বসানোর দরকার হয়না। কারণ ঘূর্ণন প্রতিসমতা বোঝা যায় degree of Rotation এর মাধ্যমে। অর্থাৎ কতবার ঘুরে কত কোণে সেটার সাহায্যে প্রতিসমতা বের করতে হয়। আর মাত্রাটা সেই ঘুরার সংখ্যা। রেখা প্রতিসমতায় এই বিষয় গুলো অন্তর্ভুক্ত নয়।

সুষম বহুভূজের প্রতিসাম্য রেখা (Lines of Symmetry of Regular polygones):

❑ ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভূজ।

❑ সুষম বহুভূজের অনেকগুলো বাহুর পাশাপাশি অনেক প্রতিসাম্য রেখা আছে।

❑ যতটা বাহু ততটা প্রতিসাম্য রেখা।

ঘূর্ণন প্রতিসমতা (Rotational Symmetry):

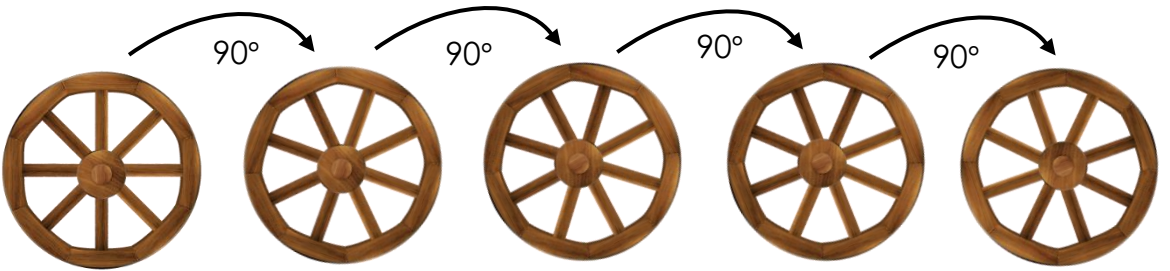
❑ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুর সাপেক্ষে ঘূর্ণনের ফলে বস্তুর আকৃতি ও আকারের পরিবর্তন হয়না। তবে বস্তুর বিভিন্ন অংশের অবস্থানের পরিবর্তন হয়।

❑ ঘূর্ণনের ফলে বস্তুর নতুন অবস্থানে বস্তুর আকৃতি ও আকার আদি অবস্থানের ন্যায় একই হলে আমরা বলি বস্তুটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে।

❑ যে বিন্দুর সাপেক্ষে বস্তুটি ঘোরে তা হলো ঘূর্ণন কেন্দ্র। ঘূর্ণনের সময় যে পরিমাণ কোণে ঘোরে তা হলো ঘূর্ণন কোণ। একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে কোণের পরিমাণ $360°$। অর্ধ ঘূর্ণনে কোণের পরিমাণ $180°$।

❑ ঘূর্ণন প্রতিসমতা ঘূর্ণনের ওপর নির্ভর করেনা।

❑ কিছু কিছু বস্তু রেখা + ঘূর্ণন প্রতিসমতা উভয়ই আবর্তন করে।

- চাকা

- সাইকেলের চাকার টিউব এর মুখ ভূমি বরাবর রেখে ঘুরালে একটি অবস্থানে এসে তা আবার ভূমি বরাবর আসে এবং ঘূর্ণনের ফলে একাধিকবার মূল উবস্থানের সাথে মিলে যায়।
- চাকাটি ঘড়ির কাঁটার দিকেও ঘুরতে পারে আবার বিপরীত দিকেও ঘুরতে পারে। ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণনকে ধনাত্মক হিসাবে ধরা হয়।
- চিত্রে সাইকেলের চাকার $90°$ ঘূর্ণনের ফলে বিভিন্ন অবস্থান দেখানো হয়েছে। লক্ষ কর, একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ৮ টি অবস্থানে ($45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°, 360°$) সাইকেলটির চাকার অবস্থান হুবহু একই থাকে

∴ চাকাটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ৪।

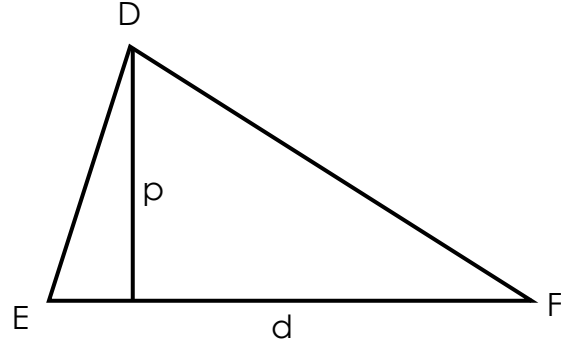
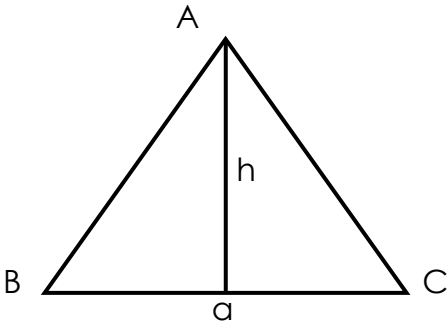
রেখা প্রতিসমতা ও ঘূর্ণন প্রতিসমতা:

কোনো কোনো জ্যামিতিক চিত্রের শুধু রেখা প্রতিসমতা রয়েছে। আবার কোনো কোনো জ্যামিতিক চিত্রের শুধু ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে। এমন অনেক জ্যামিতিক চিত্র আছে যেগুলোর রেখা প্রতিসমতা ও ঘূর্ণন প্রতিসমতা উভয়ই বিদ্যমান।

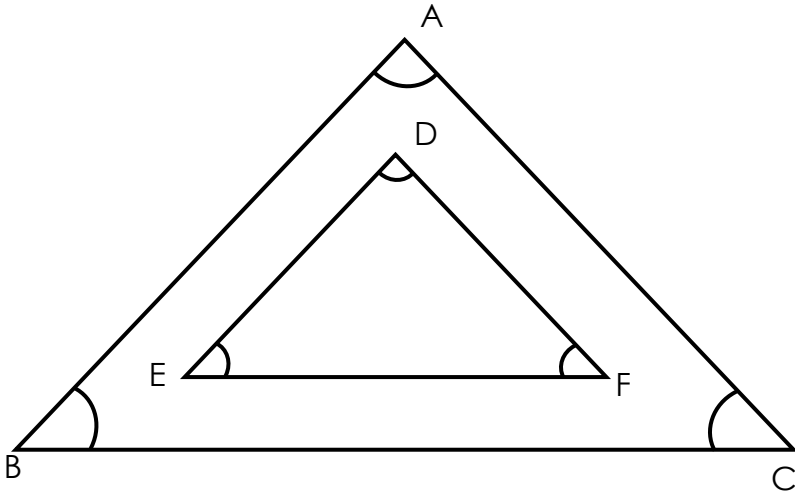
এমন অনেক জ্যামিতিক চিত্র আছে যেগুলোর অসংখ্যা প্রতিসাম্য রেখা আছে এবং অসংখ্য মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে। উদাহরণস্বরূপ: বৃত্ত একটি আদর্শ প্রতিসম চিত্র। একই সময় বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো রেখা এর প্রতিসাম্য রেখা। বৃত্তের অসংখ্য প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। আবার বৃত্তকে এর কেন্দ্রের সাপেক্ষে যেকোনো কোণে ও যেকোনো দিকে ঘুরালে এর অবস্থানের পরিবর্তন লক্ষ করা যায়না। অতএব বৃত্তের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা অসীম।

$$\text{ঘূর্ণন কোণ} = \frac{360°}{\text{প্রতিসমতার মাত্রা}}$$

- সর্বনিম্ন ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা-১ এবং সর্বোচ্চ ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা অসীম।
- বৃত্তের প্রতিসাম্য রেখা অসংখ্য।
- সর্বোচ্চ রেখা প্রতিসমতা অসংখ্য এবং সর্বনিম্ন রেখা প্রতিসমতা ০।
- বৃত্তের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা অসীম।
- বৃত্তের ঘূর্ণন কোণ অসংখ্য।
- $\frac{360°}{\infty \text{ (অনেক বড় কোণ যা পরিমাপ করা যায়না)}} = 0$

জ্যামিতিক সমানুতা (Geometrical Proportion)

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{1}{2}pd} = \frac{ah}{pd}$$

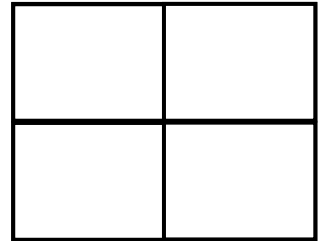
- $h = p$ হলে, অর্থাৎ উচ্চতা সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত ভূমির সমানুপাতিক।
- $a = d$ হলে, অর্থাৎ ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত উচ্চতার সমানুপাতিক।

❖ সকল সর্বসমই সদৃশকোণী, কিন্তু সকল সদৃশকোণই সর্বসম নয়।

ΔABC ও ΔDEF দুইটি সমবাহু ত্রিভুজ।

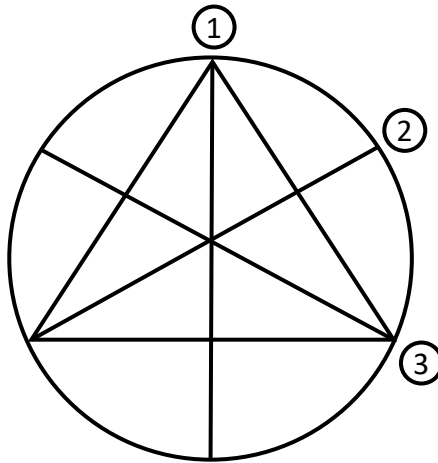
তাই ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী, কিন্তু সর্বসম নয়।

ক্ষেত্র	প্রতিসাম্য রেখা	প্রতিসমতার মাত্রা	ঘূর্ণন কোণ
বৃত্ত	অসংখ্য	∞	0°
বর্গ	4	4	90°
আয়ত	2	2	180°
রম্বস	2	2	180°
সমবাহু ত্রিভুজ	3	3	120°
অর্ধবৃত্ত	1	1	360°
সুষম পঞ্চভুজ	5	5	72°
ফ্যান(৩ পাখা)	3	3	120°
ফ্যান(৪ পাখা)	4	4	90°
সামান্তরিক	0	2	180°

Special Case:

- আয়তক্ষেত্রে কর্ণ বরাবর কখনই হুবহু মিলে না।
- সামান্তরিকের প্রতিসাম্য রেখা নাই।
- রম্বস শুধুমাত্র কর্ণ বরাবর ভাঁজ করা যায়।

২.

ক্ষেত্র	প্রতিসাম্য রেখা	প্রতিসমতার মাত্রা	ঘূর্ণন কোণ
I	2	2	180°
Z	0	2	180°
H	2	2	180°
O	2	2	180°
E	1	1	360°
C	0	1	360°
M	0	1	360°
T	1	1	360°
W	1	1	360°

Special Case:

প্রতিসাম্য রেখা-3

প্রতিসমতার মাত্রা-3

ঘূর্ণন কোণ-120°

Formula Table

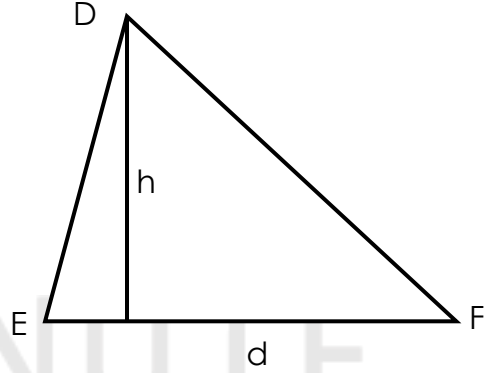
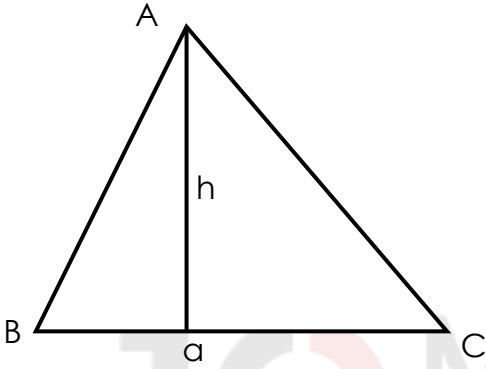
সূত্র নং	শর্তসমূহ	সূত্রসমূহ
১	$a:b = x:y$ এবং $c:d = x:y$	$a:b = c:\mathrm{d}$
২	$a:b = b:a$	$a = b$
৩	$a:b = x:y$	$b:a = y:x$ (ব্যস্তকরণ)
৪	$a:b = x:y$	$a:x = b:y$ (একান্তরকরণ)
৫	$a:b = \mathrm{c}:\mathrm{d}$	$ad = bc$ (আড়গুণন)
৬	$a:b = x:y$	$i)\ a+b:b = x+y:y$ (যোজন) $ii)\ a-b:b = x-y:y$ (বিয়োজন)
৭	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (যোজন ও বিয়োজন)

- দুটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।
  ত্রিভুজের উচ্চতা h হলে, $\Delta_1:\Delta_2 = b_1:b_2$

- দুটি ত্রিভুজের ভূমি সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।
  ত্রিভুজের ভূমি b হলে, $\Delta_1:\Delta_2 = h_1:h_2$

TOPICWISE MATH

Type-01

দুটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

ΔABC ও ΔDEF এর ভূমি, $BC = a, EF = d$, উভয়ক্ষেত্রে উচ্চতা h।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC}{EF}$

❑ **ΔABC এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখায় O একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = BX : CX$**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X, A, X যোগ করি। AX রেখায় O একটি বিন্দু। O, B এবং O, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = BX : CX$

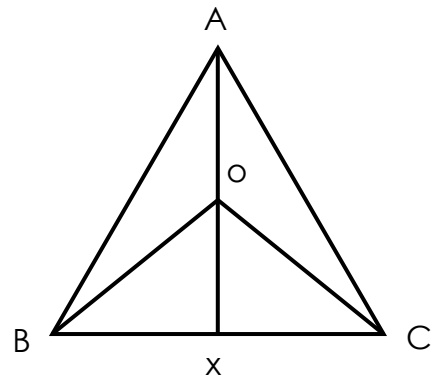
প্রমাণ: ১) ΔOBX ও ΔOCX এর উচ্চতা সমান।

$\therefore \frac{\Delta OBX}{\Delta OCX} = \frac{BX}{CX}$

২) ΔAOB ও ΔOBX এর উচ্চতা সমান।

$\therefore \frac{\Delta AOB}{\Delta OBX} = \frac{AO}{OX}$

৩) একইভাবে, ΔAOC ও ΔOCX এর উচ্চতা সমান।

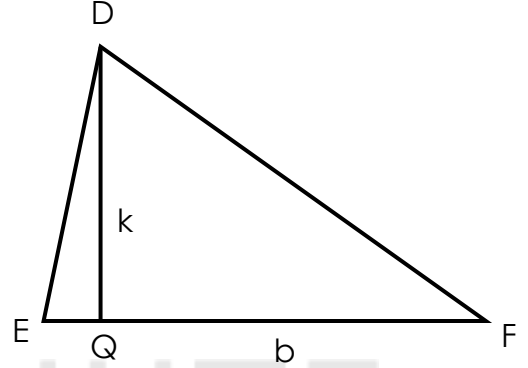
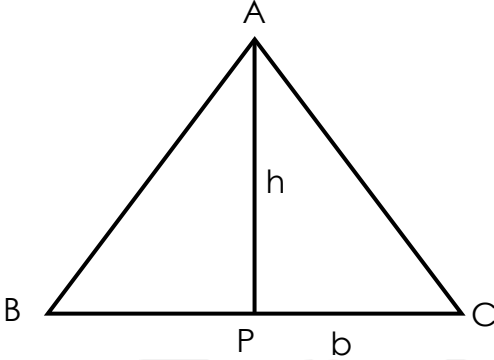
$\therefore \frac{\Delta AOC}{\Delta OCX} = \frac{AO}{OX}$

৪) ধাপ ২ ও ৩ থেকে পাই, $\frac{\Delta AOB}{\Delta OBX} = \frac{\Delta AOC}{\Delta OCX}$

বা, $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\Delta OBX}{\Delta OCX}$

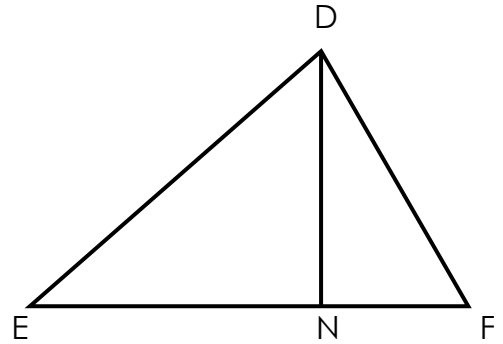
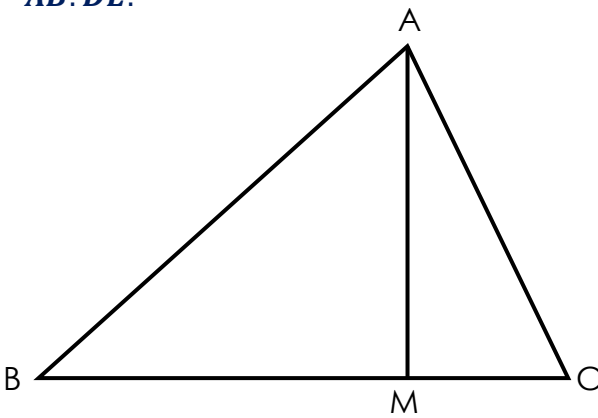
বা, $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{BX}{CX}$ [ধাপ-১]

(Proved)

Type-02

দুটি ত্রিভুজের ভূমি সমান হলে, এদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।

ΔABC ও ΔDEF এর উচ্চতা, $\text{AP} = h, DQ = k$ এবং উভয়ক্ষেত্রে ভূমি b।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\text{AP}}{DQ}$

❑ ***ABC* ও *DEF* সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা *AM* ও *DN* হলে, প্রমাণ কর যে, $AM: DN = AB: DE$.**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ও DEF দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ। AM ও DN তাদের উচ্চতা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AM: DN = AB: DE$.

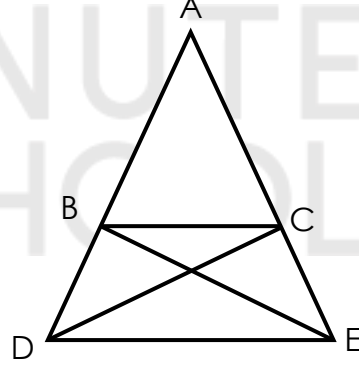
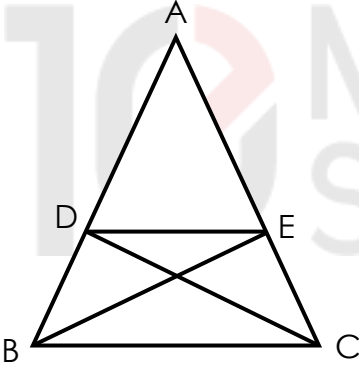
প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী
$\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$

ধাপ-২: আবার, ΔABM ও ΔDEN-এ, $\angle ABM = \angle DEN$ [কল্পনা]
$\angle AMB = \angle DNE =$এক সমকোণ
এবং $\angle BAM = \angle EDN$; [অবশিষ্ট কোণ]
$\therefore \Delta ABM$ ও ΔDEN সদৃশকোণী ও সদৃশ।
$\therefore \frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE}$ [সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

$\therefore AM: DN = AB: DE$ **(Proved)**

Type-03

ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভুজের BC||DE। BC ও DE, AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে ও এদের বর্ধিতাংশকেও। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD: DB = AE: EC$

অঙ্কন: B, E ও C, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔADE ও ΔBDE একই উচ্চতা বিশিষ্ট।
$\therefore \frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{AD}{DB}$ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক।]

ধাপ-২: ΔADE ও ΔDEC একই উচ্চতা বিশিষ্ট।
$\therefore \frac{\Delta ADE}{\Delta DEC} = \frac{AE}{EC}$ [একই কারণ]

ধাপ-৩: কিন্তু $\Delta BDE = \Delta DEC$ [একই ভূমি DE ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত]

$\therefore \frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{\Delta ADE}{\Delta DEC}$

ধাপ-৪: অতএব, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
অর্থাৎ, $AD:DB = AE:EC$ **(Proved)**

Note-1: ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে, তবে $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ হবে।

Note-2: ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

❑ প্রমাণ কর যে, কতগুলো পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাকে দুইটি সরলরেখা ছেদ করলে অনুরূপ অংশগুলো সমানুপাতিক হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, AB, CD ও EF সরলরেখা তিনটি সমান্তরাল। PQ ও MN সরলরেখা দুইটি AB, CD ও EF সরলরেখা তিনটিকে যথাক্রমে A, C ও E এবং B, D ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{OF}$.

অঙ্কন: B, E যোগ করি। BE, CD কে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ:

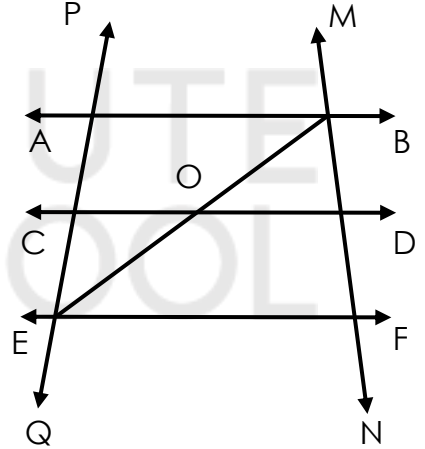
ধাপ-১: ΔBEF এ OD||EF
$\therefore \frac{OB}{OE} = \frac{BD}{OF}$ [উপপাদ্য-২৮]

ধাপ-২: ΔABE এ $CO||AB$
$\therefore \frac{OB}{OE} = \frac{AC}{CE}$ [একই কারণে]

ধাপ-৩: ধাপ-১ ও ২ থেকে,
$\therefore \frac{BD}{OF} = \frac{AC}{CE}$ **(Proved)**

❑ প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয় এদের ছেদবিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$

অঙ্কন: O বিন্দু দিয়ে AB এর সমান্তরাল করে EF রেখা অঙ্কন করি যেন তা AD ও BC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABC এ OF||AB

$\therefore \frac{AO}{OC} = \frac{BF}{FC}$

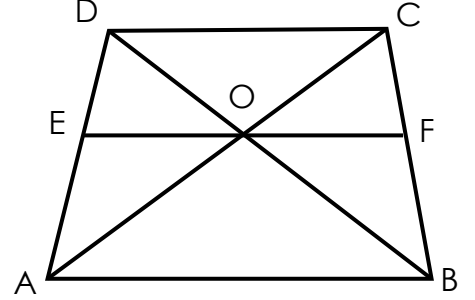
ধাপ-২: ΔADB এ OE||AB

$\therefore \frac{BO}{OD} = \frac{AE}{ED}$

ধাপ-৩: কিন্তু যেহেতু AB||EF||CD এবং AD ও BC রেখাদ্বয় এদের ছেদক।

$\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$

ধাপ-৪: ধাপ-১,২ ও ৩ থেকে,

$\therefore \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$ **(Proved)**

Alternative 1:

ΔABD এ, $\frac{DE}{AE} = \frac{DO}{BO}$

ΔADC এ, $\frac{DE}{AE} = \frac{OC}{AO}$

$\therefore \frac{DO}{BO} = \frac{OC}{AO}$

বা, $AO : OC = BO : OD$

Alternative 2:

ΔDOC ও ΔAOB এ

$\angle DCA = \angle CAB$ [একান্তর]

$\angle CDB = \angle DBA$ [একান্তর]

$\angle DOC = \angle AOB$ [বিপ্রতীপ]

∴ সদৃশকোণী।

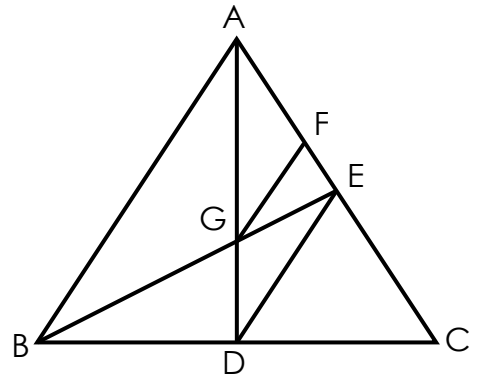
❑ **ΔABC এ AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AC = 6EF$**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। D, E যোগ করি। G বিন্দু দিয়ে GF||DE আঁকি। GF, AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6EF$

প্রমাণ:

ধাপ-১: AD মধ্যমাকে ভরকেন্দ্র G, $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

ধাপ-২: ΔADE এ DE||GF

$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{EF}$

ধাপ-৩: ধাপ-১ ও ২ থেকে, $\frac{AF}{EF} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{AF}{EF} + 1 = 2 + 1$

বা, $\frac{AF+EF}{EF} = 3$

বা, $AE = 3EF$

ধাপ-৪: E, AC এর মধ্যবিন্দু হওয়ায়, $AC = 2AE = 2 \times 3EF = 6EF$

$\therefore AC = 6EF$ **(Proved)**

Type-04

- কোনো সরলরেখা একটি ত্রিভুজের দুই বাহুকে অথবা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করলে উক্ত সরলরেখা ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।
- ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখন্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
- কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুটিকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY, ভূমির সমান্তরাল হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BX এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক CY যথাক্রমে AC কে X বিন্দুতে এবং AB কে Y বিন্দুতে ছেদ করে। X, Y যোগ করি। $XY || BC$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABC এর $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BX

$\therefore \frac{CX}{AX} = \frac{BC}{AB}$ বা, $\frac{AX}{CX} = \frac{AB}{BC}$ [উপপাদ্য ৩০]

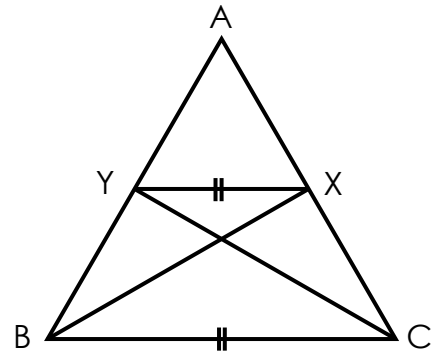
ধাপ-২: ΔABC এর $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক CY

$\therefore \frac{BY}{AY} = \frac{BC}{AC}$ বা, $\frac{AY}{BY} = \frac{AC}{BC}$ [একই কারণ]

ধাপ-৩: $XY || BC$

$\therefore \frac{AY}{BY} = \frac{AX}{CX}$ [উপপাদ্য ২৮]

ধাপ-৪: ধাপ ১,২,৩ থেকে,

$\frac{AX}{CX} = \frac{AB}{BC} = \frac{AY}{BY} = \frac{AC}{BC}$

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC}$

$\therefore AB = AC$ **(Proved)**

❑ **প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহু AD ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F যোগ করা হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $EF||AB||CD$

অঙ্কন: DA ও CB কে বর্ধিত করি যেন এরা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $AD = 2AE$
আবার, $BC = 2BF$

ধাপ-২: ΔDPC এ $AB||CD$

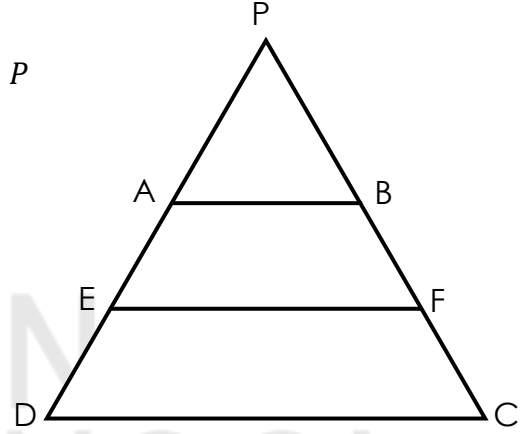
$\therefore \frac{AP}{AD} = \frac{BP}{BC}$

বা, $\frac{AP}{2AE} = \frac{BP}{2BF}$

বা, $\frac{AP}{AE} = \frac{BP}{BF}$

$\therefore \Delta EPF$ এ $AB||EF$ [উপপাদ্য ২৯]

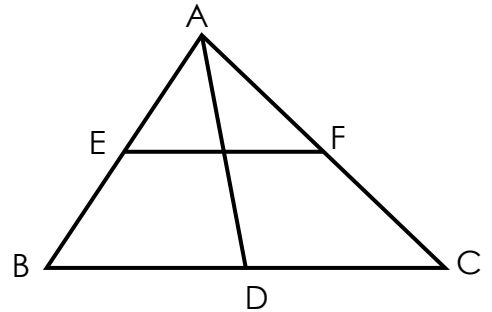
ধাপ-৩: কিন্তু $AB||CD$ [ট্রাপিজিয়াম]

$\therefore AB||EF||CD$ **(Proved)**

❑ **ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $BD:DC = BE:FC$ ।**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল EF রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD:DC = BE:FC$

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

ধাপ-২: $EF||BC$ হওয়ায়,

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$$

বা, $\frac{AE}{BE} + 1 = \frac{AF}{FC} + 1$ [যোগ]

বা, $\frac{AE+BE}{BE} = \frac{AF+FC}{FC}$

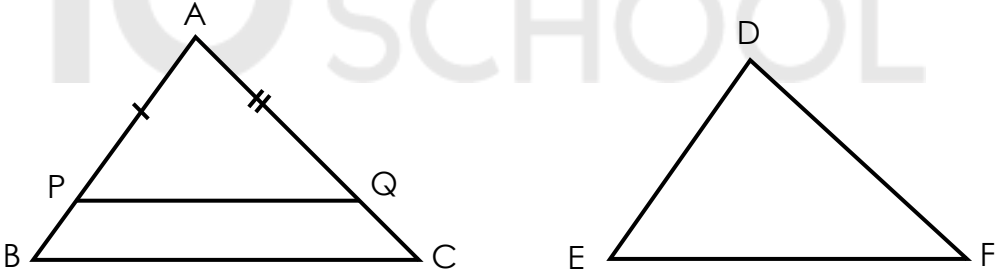
বা, $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{FC}$

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{FC}$

ধাপ-৩: ধাপ ১ থেকে পাই, $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$\therefore BD:DC = BE:FC$ **(Proved)**

Type-05

❑ **দুইটি ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।**

মনে করি, ΔABC ও ΔDEF এর $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$

অঙ্কন: AB বাহুতে P ও AC বাহুতে Q নিই যেন $AP = DE$ এবং $AQ = DF$ হয়। P, Q যোগ করে অঙ্কন সম্পন্ন করি।

প্রমাণ: যেহেতু $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ সুতরাং $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ}$

সুতরাং $PQ||BC$

$\therefore \angle ABC = \angle APQ$ [AB ছেদক দ্বারা উৎপন্ন অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACB = \angle AQP$ [AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন অনুরূপ কোণ]

ΔABC ও ΔAPQ সদৃশকোণী।

$\therefore \frac{AB}{AP} = \frac{BC}{PQ}$ বা, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{PQ}$

কিন্তু $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ [কল্পনানুসারে]

$\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{BC}{PQ}$

$\therefore EF = PQ$

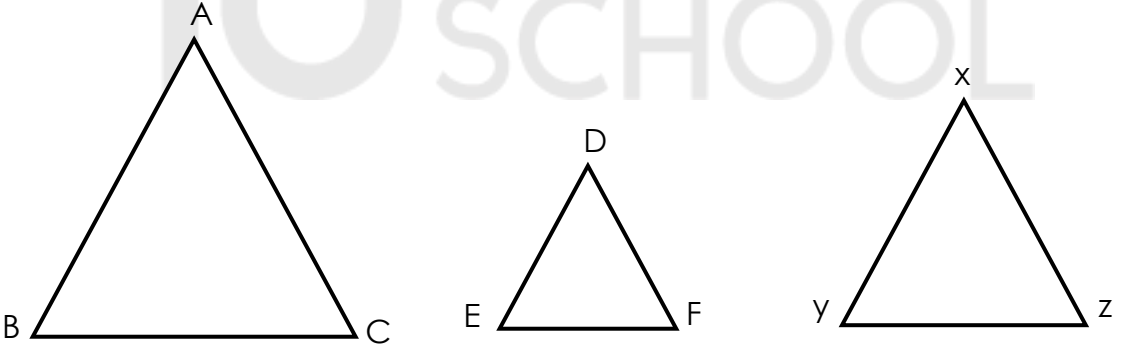
সুতরাং, $\Delta APQ \cong \Delta DEF$ সর্বসম [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PAQ = \angle EDF,$

$\angle APQ = \angle DEF,$ $\angle AQP = \angle DFE$

$\angle APQ = \angle ABC$ ও $\angle AQP = \angle ACB$

$\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$ **(প্রমাণিত)**

❑ প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি যদি তৃতীয় একটি ত্রিভুজের সদৃশ হয়, তবে এরা পরস্পর সদৃশ।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔDEF প্রত্যেকেই ΔXYZ এর সদৃশ। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC ও ΔDEF পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ:

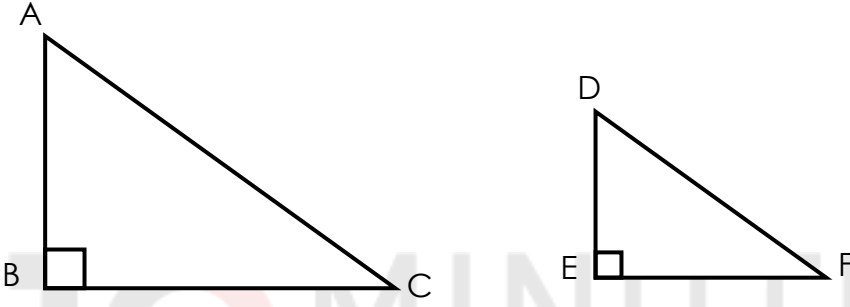
১) ΔABC ও ΔXYZ পরস্পর সদৃশ।
$\therefore \angle A = \angle X$
$\angle B = \angle Y$ [সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ কোণগুলো পরস্পর সমান]
এবং $\angle C = \angle Z$

২) ΔDEF ও ΔXYZ পরস্পর সদৃশ।
$\therefore \angle D = \angle X,$ $\angle E = \angle Y$

$\angle F = \angle Z$ [একই কারণে]

৩) $\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle E$
এবং $\angle C = \angle F$ [ধাপ-১ ও ২ থেকে]

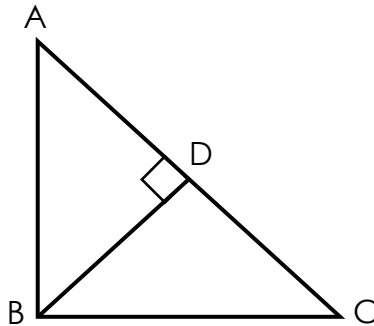
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF পরস্পর সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

- **প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔDEF দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ACB$ ও $\angle DFE$ সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর সমান। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC ও ΔDEF পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ:

ΔABC ও ΔDEF এ
$\angle ABC = \angle DEF =$ এক সমকোণ
$\angle ACB = \angle DFE$
$\therefore \angle BAC = \angle EDF$ [অঙ্কন]

$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF পরস্পর সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

- **প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক শীর্ষ থেকে অতিভূজের উপর লম্ব আঁকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ। BD, অতিভূজ AC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC, \Delta BDC$ ও ΔABD পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ:

১) ΔABC ও ΔABD –এ
$\angle ABC = \angle ADB =$ এক সমকোণ
$\angle A$ সাধারণ কোণ।
অবশিষ্ট $\angle ACB = \angle ABD$
$\therefore$ ΔABC ও ΔABD সদৃশকোণী ও সদৃশ।

আবার, ২) ΔABC ও ΔBDC –এ
$\angle ABC = \angle BDC =$ এক সমকোণ
$\angle C$ সাধারণ কোণ।
অবশিষ্ট $\angle BAC = \angle DBC$
$\therefore$ ΔABC ও ΔBDC সদৃশকোণী ও সদৃশ।

$\therefore$ $\Delta ABC, \Delta BDC$ ও ΔABD পরস্পর সদৃশ। [ধাপ-১ ও ২ থেকে]

(প্রমাণিত)

- **দেওয়া আছে, $\angle B = \angle D$**
  $CD = 4AB$

প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = 5BL$

D
A
L
B
C

প্রমাণ:

১) ΔABL ও ΔCDL –এ
$\angle B = \angle D$
এবং $\angle ALB = \angle CLD$ [বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore$ ΔABL ও ΔCDL সদৃশ।

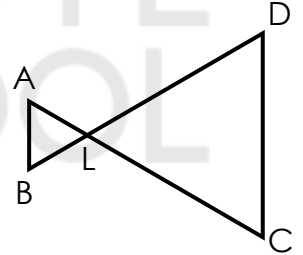
২) $\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DL}{BL}$

বা, $\frac{CD}{AB} + 1 = \frac{DL}{BL} + 1$

বা, $\frac{CD+AB}{AB} = \frac{DL+BL}{BL}$

বা, $\frac{4AB+AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$

বা, $\frac{5AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$

বা, $5 = \frac{BD}{BL}$

$\therefore BD = 5BL$ (প্রমাণিত)

❑ ***ABCD* সামান্তরিকের *A* শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত একটি রেখাংশ *BC* বাহুকে *M* বিন্দুতে ছেদ করে। এবং *DC* বাহুর বর্ধিতাংশকে *N* বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, *BM* × *DN* একটি ধ্রুবক।**

প্রমাণ:

১) ΔABM ও ΔADN –এ

$\angle BAM = \angle AND$ [একান্তর কোণ]

$\angle ABM = \angle ADN$

[সামান্তরিকের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।]

$\therefore \angle AMB = \angle DAN$ [অবশিষ্ট]

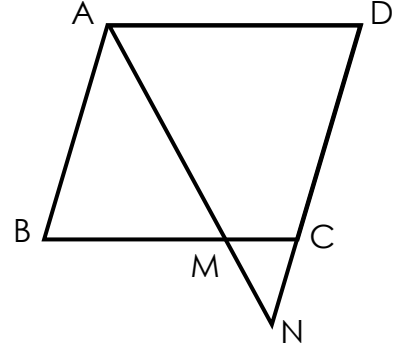
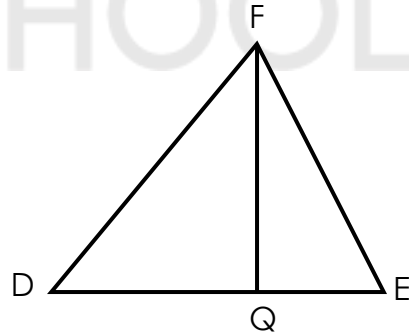
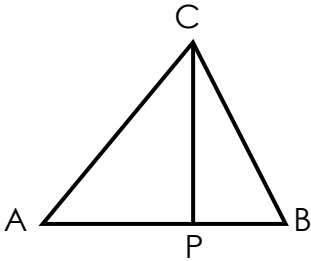
$\therefore \Delta ABM$ ও ΔADN সদৃশ।

২) $\frac{BM}{AD} = \frac{AB}{DN}$

বা, $BM \times DN = AB \times AD$

$= $ ধ্রুবক

[সামান্তরিকের ২টি সন্নিহিত বাহু বিধায় এদের গুণফল ধ্রুবক]

(প্রমাণিত)

❑ **ΔABC ও ΔDEF –এর $\angle A = \angle D$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE:DF$**

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔDEF –এর $\angle A = \angle D$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE : DF$

অঙ্কন: $CP \perp AB$ ও $FQ \perp DE$ আঁকি।

প্রমাণ:

১) ΔCAP ও ΔFDQ –এ

$\angle A = \angle D$

এবং $\angle CPA = \angle FQD = 90°$

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle ACP =$ অবশিষ্ট $\angle DFQ$

$\therefore \Delta ACP$ ও ΔDFQ সদৃশ।

$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{CP}{FQ}$

আবার, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}\times AB\times CP}{\frac{1}{2}\times DE\times FQ}$

$= \frac{AB\times CP}{DE\times FQ}$

$= \frac{AB\times AC}{DE\times DF}$

$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE : DF$ **(প্রমাণিত)**

Type-06

দুইটি ত্রিভুজের একটির এক কোণ অপরটির এক কোণের সমান হলে এবং সমান সমান কোণ সংলগ্ন বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

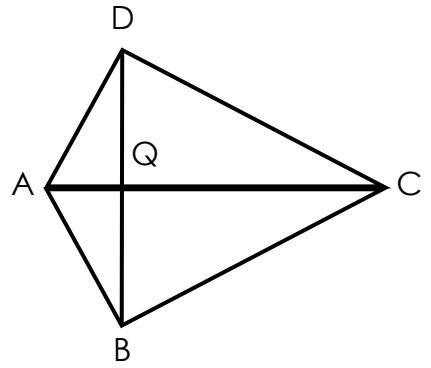
ΔABC ও ΔDEF এ

$\angle A = \angle D$ ও $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF সদৃশ।

❑ **দেওয়া আছে, BD $\perp$ AC**
এবং $DQ = BQ = 2AQ = \frac{1}{2}QC$।
প্রমাণ কর যে, $DA \perp DC$

প্রমাণ:

১) ABQ ও ADQ সমকোণী ত্রিভুজে,
$DQ = BQ$ এবং AQ সাধারণ বাহু।
$\therefore ABQ \cong ADQ$
$\therefore AB = AD$
$\therefore \angle ABQ = \angle ADQ$

২) আবার, $BQ = 2AQ$

বা, $\frac{AQ}{BQ} = \frac{1}{2}$

৩) $DQ = \frac{1}{2}QC$

বা, $\frac{DQ}{QC} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{AQ}{BQ} = \frac{DQ}{QC} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{AQ}{DQ} = \frac{BQ}{QC}$ এবং $\angle AQB = \angle DQC = 90°$

$\therefore \Delta AQB$ ওΔDQC সদৃশ।

$\therefore \angle BAQ = \angle QDC$

৪) আবার, $\angle ADC = \angle ADQ + \angle QDC$

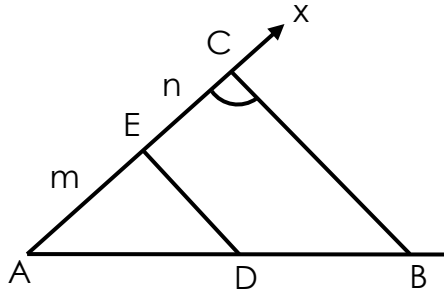
বা, $\angle ADC = \angle ABQ + \angle BAQ$ [ধাপ-১]

কিন্তু $\angle ABQ + \angle BAQ = 90°$

$\therefore \angle ADC = 90°$

$\therefore DA \perp DC$ (প্রমাণিত)

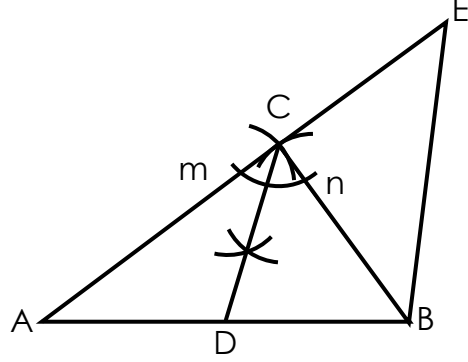
Type-07

কোনো রেখাংশকে একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করতে হবে।

মনে করি, AB রেখাংশকে $m:n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করতে হবে।

অঙ্কন: A বিন্দুতে যেকোনো কোণ BAX আঁকি। AX থেকে পরপর $AE = m$ ও $EC = n$ কেটে নিই। B, C যোগ করি। BC||ED আঁকি। AB কে ED রেখাংশ D বিন্দুতে ছেদ করে।

AB রেখাংশ D বিন্দুতে $m:n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলো।

❖ বিকল্প পদ্ধতিতে কোনো রেখাংশকে নির্দিষ্ট অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর।

সমাধান:

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, AB একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। AB রেখাংশকে $m:n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: A ও B কেন্দ্র করে যথাক্রমে m ও n এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি C বিন্দুতে ছেদ করে। A, C ও B, C যোগ করি। এখন, $\angle ACB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক CD, AB রেখাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে AB রেখাংশটি D বিন্দুতে $m:n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হল।

প্রমাণ: B বিন্দু দিয়ে BE||DC আঁকি যা AC এর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

যেহেতু BE||DC,

$\therefore \angle CEB =$ অনুরূপ $\angle ACD$ এবং $\angle CBE =$ একান্তর $\angle BCD$

কিন্তু $\angle ACD = \angle BCD$ $\qquad \therefore \angle CEB = \angle CBE$

$\therefore BC = CE$

ΔABE এ DC||BE

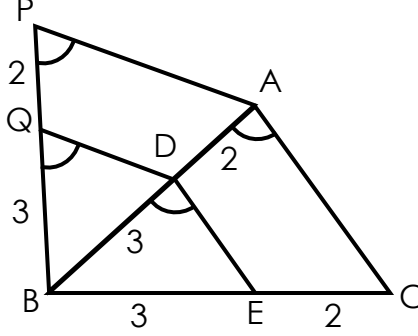
$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{AD}{DB}$

বা, $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{DB}$

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{m}{n}$

$\therefore AD:BD = m:n$ **(প্রমাণিত)**

❑ একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজের সদৃশ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার বাহুগুলো মূল ত্রিভুজের বাহুগুলোর $\frac{3}{5}$ গুণ।

সমাধান:

ধরি, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ। এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা প্রদত্ত ত্রিভুজ ABC এর সদৃশ ও যার বাহুগুলো ABC এর প্রত্যেক বাহুর $\frac{3}{5}$ গুণ।

অঙ্কনের বিবরণ:

১) ABC ত্রিভুজের B বিন্দুতে AB এর সাথে যেকোনো কোণ করে BP রেখাংশ আঁকি যেন $BP = 5cm$ হয়।

২) $BQ = 3cm$ নিয়ে Q বিন্দুতে DQ||PA আঁকি। QD, AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩) D বিন্দুতে DE||AC আঁকি। DE, BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, BDE ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ:

$\frac{BQ}{BP} = \frac{3}{5}$

$\therefore \frac{BQ}{AB} = \frac{3}{5}$ হবে [অঙ্কনানুসারে]

আবার, DE||AC বলে আমরা জানি,

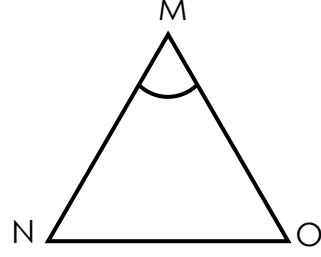
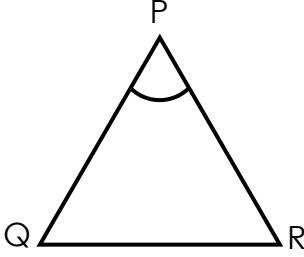
ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{3}{5}$

আবার, DE||AC বলে,

$\angle BDE = \angle BAC, \angle BED = \angle BCA$ [অনুরূপ কোণ]

SOLVED CQ

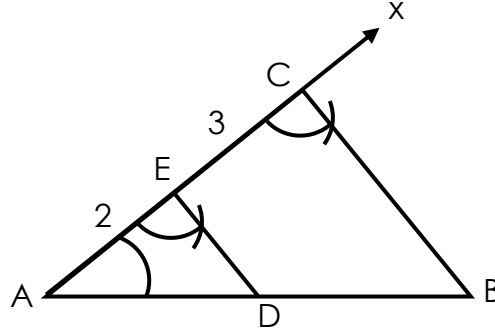
সৃজনশীল-০১

ΔPQR এর $\angle P$ সমদ্বিখণ্ডক QR বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী।

(ক) একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে $2:3$ অনুপাতে বিভক্ত কর।

(খ) ΔPQR এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $QD:DR = QP:PR$

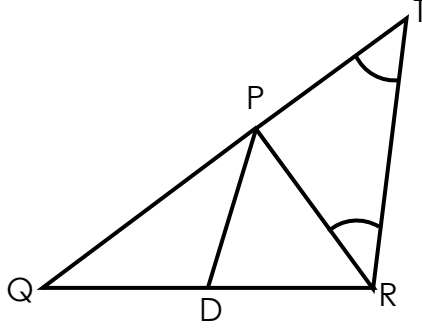
(গ) প্রমাণ করো যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$

১ নং প্রশ্নের সমাধান

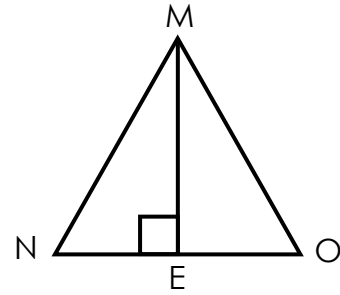
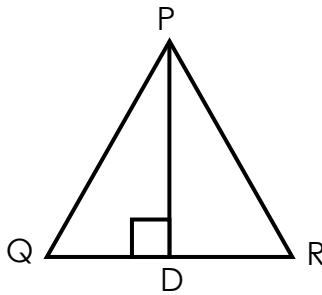
ক) যেকোনো রেখাংশ AB এর A বিন্দুতে যেকোনো কোণ $\angle BAX$ অঙ্কন করি। AX রশ্মি থেকে $AE = 2$ একক এবং EX থেকে $EC = 3$ একক কেটে নিই।

B, C যোগ করি। E বিন্দুতে $\angle ACB$ এর সমান $\angle AED$ অঙ্কন করি যার ED রেখা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে AB রেখাংশ D বিন্দুতে $2 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলো।

খ) ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PD, QR কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে, $QD : DR = QP : PR$

অঙ্কন: DP রেখাংশের সমান্তরাল করে R বিন্দু দিয়ে RT রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত QP বাহুকে T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: **ধাপ**	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু $DP \parallel RT$ এবং PR ও PT তাদের ছেদক	[অঙ্কন]
$\therefore \angle PTR = \angle QPD$	[অনুরূপ কোণ]
এবং $\angle PRT = \angle RPD$	[একান্তর কোণ]
(২) কিন্তু $\angle QPD = \angle RPD$	[স্বীকার]
$\therefore \angle PTR = \angle PRT$; $\therefore PR = PT$	
(৩) আবার, যেহেতু $DP \parallel RT$ সুতরাং	
$\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PT}$	
বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PR}$ [$\because PR = PT$]	
$\therefore QD : DR = QP : PR$ **(প্রমাণিত)**	

গ)

বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$

অঙ্কনঃ $PD \perp QR$ এবং ME $\perp NO$ আঁকি ।

প্রমাণ:

$\Delta PQR = \frac{1}{2} QR.PD$ এবং $\Delta MNO = \frac{1}{2} NO.ME$

আবার, ΔPQR ও ΔMNO সদৃশ,

$\therefore \frac{PQ}{MN} = \frac{PR}{MO} = \frac{QR}{NO} \dots\dots\dots (i)$

$\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{\frac{1}{2}QR.PD}{\frac{1}{2}NO.ME} = \frac{QR}{NO} \cdot \frac{PD}{ME}$

আবার, ΔPQD ও ΔMNE –এ
$\angle PQD = \angle MNE$ এবং $\angle PDQ = \angle MEN =$এক সমকোণ।
$\therefore \angle QPD = \angle NME$
$\therefore \Delta PQD$ ও ΔMNE ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।
$\therefore \frac{PD}{ME} = \frac{PQ}{MN} = \frac{QD}{NE} \dots\dots\dots (ii)$

(i) ও (ii) হতে, $\frac{PD}{ME} = \frac{QR}{NO} \dots\dots\dots (iii)$

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR}{NO} \cdot \frac{PD}{ME} = \frac{QR}{NO} \cdot \frac{QR}{NO} = \frac{QR^2}{NO^2}$

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$ (প্রমাণিত)

সৃজনশীল-০২

ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

(ক) উপরের তথ্যানুসারে চিত্রাঙ্কন করো।

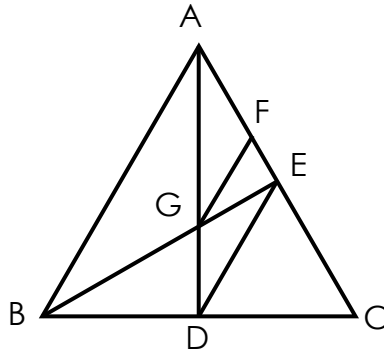
(খ) প্রমাণ করো যে, $AC = 6EF$.

(গ)) D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ করো যে, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক)

উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো-

খ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় G বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করি। G বিন্দু দিয়ে $GF \parallel DE$ আঁকি । GF, AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6EF$

প্রমাণ:

ΔADE এ $GF \parallel DE$,

$\therefore \frac{AF}{EF} = \frac{AG}{GD}$ [ত্রিভুজের যেকোনো এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা]

বা, $\frac{AF}{EF} + 1 = \frac{AG}{GD} + 1$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

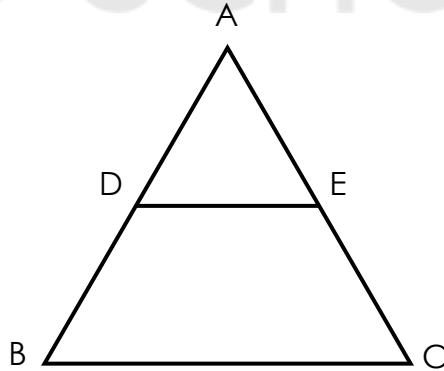
বা, $\frac{AF+EF}{EF} = \frac{AG+GD}{GD}$

বা, $\frac{AE}{EF} = \frac{AD}{GD}$

বা, $\frac{2AE}{2EF} = \frac{3GD}{GD}$ [$\because$ ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় ছেদ বিন্দুতে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত হয় $\therefore AG = 2GD; \therefore AD = AG + GD = 3GD$]

বা, $2AE = 6EF$ [$\because E, AC$ বাহুর মধ্যবিন্দু]

বা, $AC = 6EF$ **(প্রমাণিত)**

গ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাংশ AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D, E বিন্দুতে ছেদ করে প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ ।

প্রমাণ:

ΔABC এর ক্ষেত্রে,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$ [বিপরীতকরণ করে]

এখন, $\frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{DB+AD}{AD} = \frac{EC+AE}{AE}$

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

আবার, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

বা, $\frac{AD}{DB} + 1 = \frac{AE}{EC} + 1$

বা, $\frac{AD+DB}{DB} = \frac{AE+EC}{EC}$

বা, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ (প্রমাণিত)

সৃজনশীল-০৩

$ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম যার কর্ণ AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

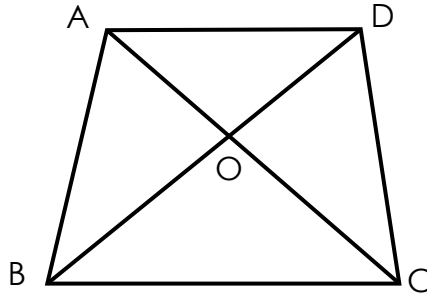
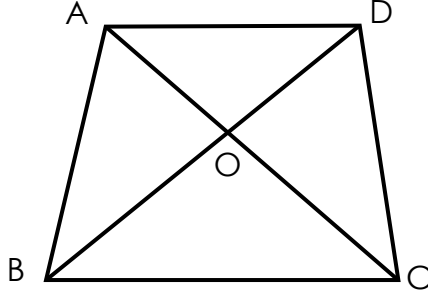
(ক) উপরের তথ্যানুসারে চিত্রাঙ্কন করো।

(খ) প্রমাণ কর যে, $AO \times OB = OC \times OD$.

(গ) প্রমাণ কর যে, BA ও CD বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো:

খ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে , $\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB}$

প্রমাণ:

ΔBOC ও ΔAOD এ

$\angle OBC = \angle ODA$

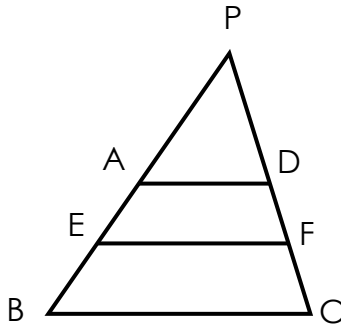
$\angle OCB = \angle OAD$ [একান্তর কোণ]

এবং $\angle BOC =$ বিপ্রতীপ $\angle AOD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

সুতরাং ΔBOC ও ΔAOD সদৃশকোণী এবং সদৃশ।

$\therefore \frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB}$ [দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

(প্রমাণিত)

গ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহু AB ও CD। এদের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F। প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC \parallel AD$

অঙ্কন: BA ও CD কে বর্ধিত করি যেন এরা P বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ-১:

ΔPCB এ $AD \parallel CB$ [$ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু AD ও CB]

$\therefore \frac{PA}{AB} = \frac{PD}{CD}$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{PA+AB}{AB} = \frac{PD+CD}{CD}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{PB}{AB} = \frac{PC}{CD}$

বা, $\frac{PB}{BE} = \frac{PC}{CF}$ [$\because E$ ও F যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু]

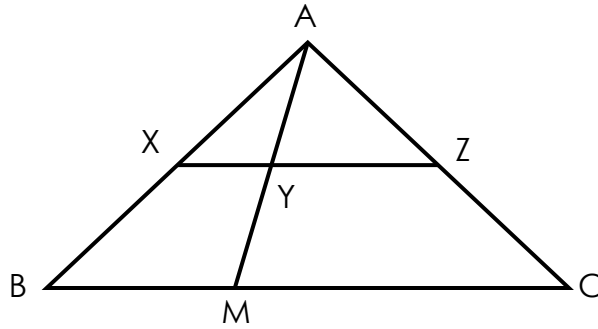
$\therefore EF \parallel CD$ [$\because$ কোনো সরলরেখা একটি ত্রিভুজের দুই বাহুকে অথবা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে, উক্ত সরলরেখা ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল]

ধাপ-২:

অতএব, EF, BC

এবং AD এর সমান্তরাল হবে।

সুতরাং $\boldsymbol{EF \parallel BC \parallel AD}$. (প্রমাণিত)

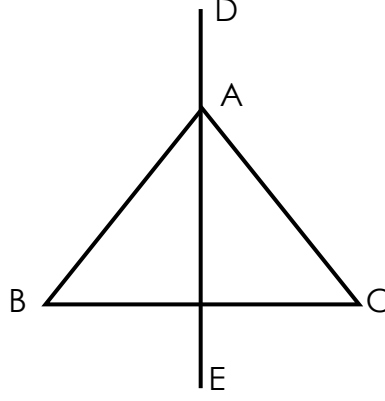
সৃজনশীল-০৪

চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ, যার $AZ = 3$ সে.মি. , $ZZ = 2$ সে.মি. , $MC = 5$ সে.মি. , $YZ = 3$ সে.মি. , $BM = 3$ সে.মি. এবং $XZ \parallel BC$

(ক) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা নির্ণয় কর।

(খ) XY এবং YZ এর মান বের কর।

(গ) ΔAXY ও ΔAYZ এবং ΔAXY ও ΔABM এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত বের কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক)

ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $AB = AC$। DE এর প্রতিসাম্য রেখা। সুতরাং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা এক।

খ) যেহেতু, $XZ \parallel BC$, সুতরাং XZ রেখাংশ AB ও AC বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে। ফলে, AZX ও ABC ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

এখন, ΔABC ও ΔAXZ এর মধ্যে,

$$\frac{AC}{AZ} = \frac{BC}{XZ}$$

বা, $\frac{5}{3} = \frac{8}{XZ}$ $[\therefore BC = BM + MC]$

বা, $XZ = \frac{8 \times 3}{5}$ সেমি.

$\therefore XZ = \frac{24}{5}$ সে. মি.

এখন, $YZ = AZ = 3$ সে. মি.

$XZ = XY + YZ$

বা, $XY = XZ - YZ = \left(\frac{24}{5} - 3\right)$ সেমি.

$= \frac{24-15}{5}$ সেমি. $= \frac{9}{5}$ সেমি.

গ) ΔAXY ও ΔAYZ এর একই উচ্চতা h বিবেচনা করি।

$\therefore$ ΔAXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.XY.h$

$\therefore$ ΔAYZ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.YZ.h$

$\therefore \quad \frac{\Delta AXY}{\Delta AYZ} = \frac{\frac{1}{2}.XY.h}{\frac{1}{2}.YZ.h} = \frac{\frac{9}{5}}{3} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

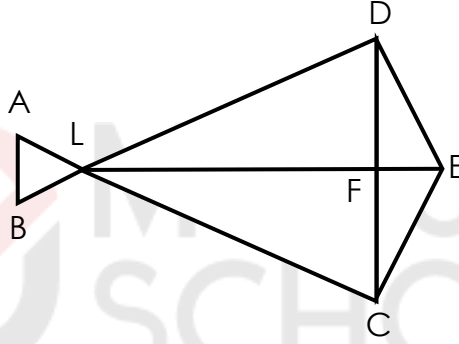
$\therefore\ \Delta AXY : \Delta AYZ = 3:5$

$\therefore\ \Delta AXY$ এবং ΔABM সদৃশকোণী

$\therefore\ \Delta AXY : \Delta ABM = XY^2 : BM^2$

$= \left(\frac{9}{5}\right)^2 : 3^2 = \frac{81}{25} : 9 = \frac{9}{25} : 1$

$= 9:25$

সৃজনশীল-০৫

চিত্রে $AB \parallel DC, CD = 4AB, DC \perp EL$ এবং $DF = CF = 2EF = \frac{1}{2}FL$

(ক) প্রমাণ কর যে, ΔABL ও ΔCDL সদৃশ।

(খ) প্রমাণ কর যে, $BD = 5BL$

(গ) প্রমাণ কর যে, $DE \perp DL$

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) $AB \parallel DC$ এবং AC তাদের ছেদক

$\therefore\ \angle BAC = \angle ACD$

অর্থাৎ $\angle BAL = \angle DCL$

আবার, $AB \parallel DC$ এবং BD তাদের ছেদক

$\therefore\ \angle ABD = \angle BDC$

অর্থাৎ $\therefore\ \angle ABL = \angle CDL$

এবং $\angle ALB = \angle DLC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অর্থাৎ, ΔABL এবং ΔCDL এর অনুরূপ কোণগুলো পরস্পর সমান।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

সুতরাং ΔABL ও ΔCDL সদৃশ।

খ) ΔABL এবং ΔCDL -এ

$\angle B = \angle D$ (দেওয়া আছে)

$\angle ALB = \angle DLC$ (বিপ্রতীপ কোণ বলে)

এবং অবশিষ্ট $\angle BAL =$ অবশিষ্ট $\angle DCL$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{LD}{BL}$ [$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

বা, $\frac{DC+AB}{AB} = \frac{LD+BL}{BL}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{4AB+AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$ [$\because$ দেওয়া আছে $CD = 4AB$]

বা, $\frac{5AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$

বা, $5 = \frac{BD}{BL}$

$\therefore BD = 5BL$ (প্রমাণিত)

গ) যেহেতু $DF = CF = 2EF = \frac{1}{2}FL$

সুতরাং $FL = 2DF$

$= 2.2EF$

$= 4EF$

আবার, $EL = EF + FL$

$= EF + 4EF$

$= 5EF$

এখন সমকোণী ΔEDF –এ

$ED^2 = EF^2 + DF^2$

$= EF^2 + (2EF)^2$ [$\because DF = 2EF$]

$= EF^2 + 4EF^2$

$= 5EF^2 \ldots\ldots\ldots (i)$

এবং সমকোণী ΔLDF –এ

$LD^2 = FL^2 + DF^2$

$= (4EF)^2 + (2EF)^2$

$= 16EF^2 + 4EF^2$

$= 20EF^2 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$ED^2 + LD^2 = 5EF^2 + 20EF^2$

$= 25EF^2$

$= (5EF)^2$

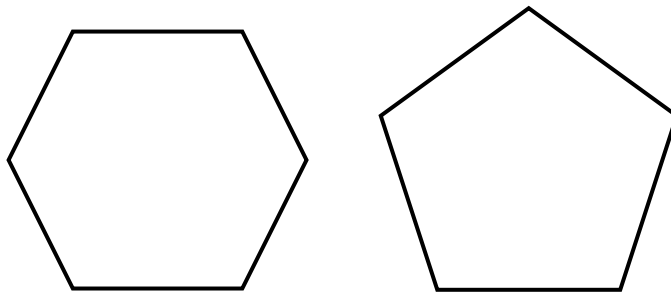
$= (EL)^2$

$= EL^2$

$\therefore ED^2 + LD^2 = EL^2$

$\therefore \angle EDL =$ এক সমকোণ

$\therefore DE \perp DL$. (প্রমাণিত)

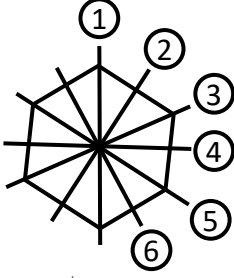
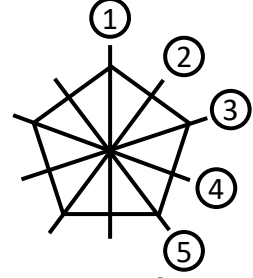
সৃজনশীল-০৬

(ক) চিত্র দুটির প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

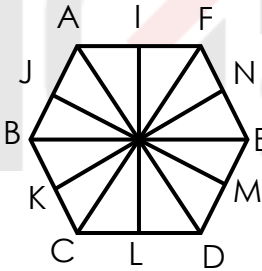
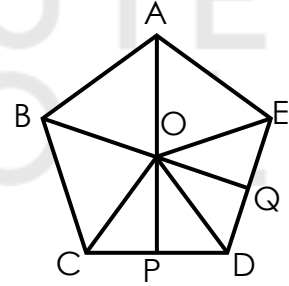
(খ) চিত্র দুটির প্রতিসাম্য রেখাগুলো আঁক।

(গ) সুষম ষড়ভুজ ও পঞ্চভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন প্রতিটি কোণের পার্থক্য নির্ণয় কর।

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) চিত্র দুইটি যথাক্রমে সুষম পঞ্চভুজ ও সুষম ষড়ভুজ।
সুষম পঞ্চভুজের 5 টি প্রতিসাম্য রেখা আছে।
সুষম ষড়ভুজের 6 টি প্রতিসাম্য রেখা আছে।

খ)

চিত্র থেকে পাই, সুষম ষড়ভুজটির প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা ৬। সুতরাং সুষম ষড়ভুজের প্রতিসাম্য রেখা ৬ টি।

সুষম পঞ্চভুজের প্রতিসাম্যরেখা 5 টি কিন্তু অসম পঞ্চভুজের প্রতিসাম্যরেখা সর্বোচ্চ একটি হতে পারে।

গ)

সুষম ষড়ভুজ

সুষম পঞ্চভুজ

$ABCDEF$ সুষম ষড়ভুজের প্রতিসাম্য রেখাগুলো O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle EOF$ এবং $\angle FOA$ উৎপন্ন হয়েছে।

সুষম ষড়ভুজের প্রতিটি বাহুর কেন্দ্রে ছয়টি সমান কোণ উৎপন্ন করে এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণগুলোর সমষ্টি $360°$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOA = \frac{360°}{6} = 60°$$

আবার, $ABCDEF$ সুষম পঞ্চভুজের প্রতিসাম্য রেখাগুলো O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE$ এবং $\angle EOA$ উৎপন্ন হয়েছে।

পঞ্চভুজের প্রতিটি বাহুর কেন্দ্রে পাঁচটি সমান কোণ উৎপন্ন করে এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণগুলোর সমষ্টি $360°$ ।

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOA = \frac{360°}{5} = 72°$$

প্রতিটি কোণের পার্থক্য, $= 72° - 60° = 12°$.

সৃজনশীল-০৭

ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS, QR কে S বিন্দুতে ছেদ করেছে।
SP এর সমান্তরাল RT রেখাংশ বর্ধিত QP-কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে।

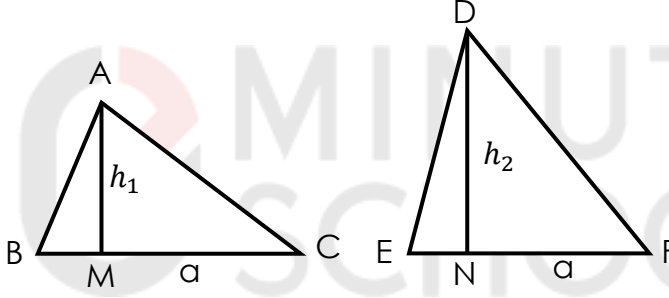
(ক) দেখাও যে, দুইটি ত্রিভুজের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল উচ্চতার সমানুপাতিক।

(খ) প্রমাণ কর যে, $QS: SR = PQ: PR$

(গ) QR এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ PQ এবং PR-কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, $QS: SR = MQ: NR$.

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

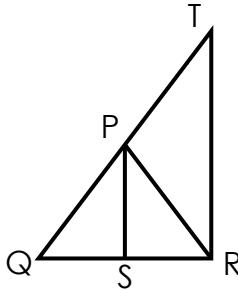
ক) ধরি, দুইটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য$= a$

ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা যথাক্রমে h_1 ও h_2 হলে,

$$\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta DEF \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\frac{1}{2}\times \text{ভূমি,} BC \times \text{উচ্চতা } AM}{\frac{1}{2}\times \text{ভূমি,} EF \times \text{উচ্চতা } DN}$$

বা, $\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta DEF \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\frac{1}{2}\times a \times h_1}{\frac{1}{2}\times a \times h_2}$

বা, $\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta DEF \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{h_1}{h_2}$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল তাদের উচ্চতার সমানুপাতিক **(দেখানো হলো)**

খ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS, QR কে S বিন্দুতে ছেদ করেছে। SP এর সমান্তরাল RT রেখাংশ বর্ধিত QP কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $QS:SR = PQ:PR$

প্রমাণ:

ধাপ-১: PS||TR এবং PR তাদের ছেদক

$\angle PTR = \angle QPS$ [অনুরূপ কোণ]

$\angle PRT = \angle SPR$ [একান্তর কোণ]

ধাপ-২:

কিন্তু $\angle QPS = \angle SPR$ [$\because PS$; $\angle P$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore \angle PTR = \angle PRT$

$\therefore PR = PT$ [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৩:

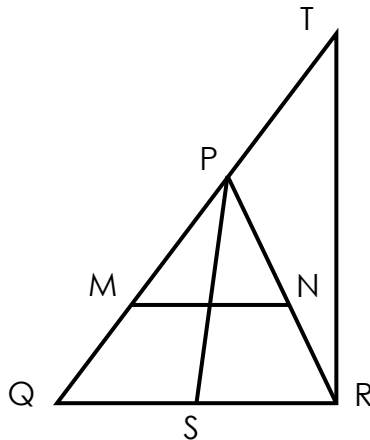
আবার $\because PS || TR$

$\therefore \frac{QS}{SR} = \frac{QP}{PT}$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{QS}{SR} = \frac{QP}{RT}$ [ধাপ-২ থেকে $PR = PT$]

বা, $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$

$\therefore QS:SR = PQ:PR$ **(প্রমাণিত)**

গ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, QR এর সমান্তরাল MN রেখাংশ PQ এবং PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $QS:SR = MQ:NR$

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS [ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখন্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাত অন্তর্বিভক্ত করে]

$\therefore \frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$

ধাপ-২: আবার, $MN||QR$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ত্রিভুজের অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

$\therefore \frac{PM}{MQ} = \frac{PN}{NR}$

বা, $\frac{PM}{MQ} + 1 = \frac{PN}{NR} + 1$ [উভয়পক্ষে ১ যোগ করে]

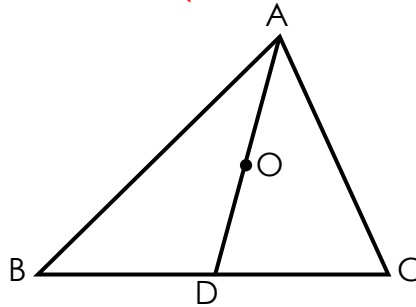
বা, $\frac{PM+MQ}{MQ} = \frac{PN+NR}{NR}$

বা, $\frac{PQ}{MQ} = \frac{PR}{NR}$

বা, $\frac{PQ}{PR} = \frac{MQ}{NR}$

ধাপ-৩: $\frac{QS}{SR} = \frac{MQ}{NR}$ ধাপ-১ হতে, $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$

$\therefore QS:SR = MQ:NR$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৮

চিত্রে, $AB = 6cm,\ AC = 4cm,\ CD = 2cm$ এবং O, AD এর উপর যে কোনো বিন্দু। AD রেখা ΔABC এর অন্তঃস্থ $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

(ক) ΔABD ও ΔACD সদৃশকোণী কি-না যুক্তিসহ লিখ।

(খ) BDএর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = 3:2$

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

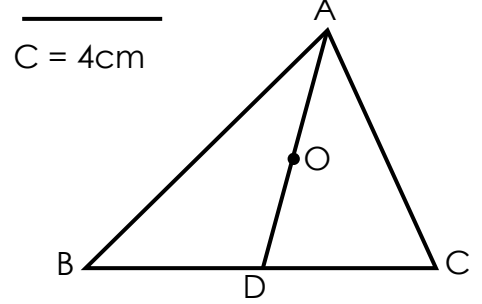
ক) দেওয়া আছে, $AB = 6cm,\ AC = 4cm.$

এখন, ΔABD ও ΔACD এ,

$$\frac{AB}{AC} = \frac{6\ cm}{4\ cm} = \frac{3}{2}$$

এবং $\frac{AD}{AD} = 1$

$\therefore \frac{AB}{AC} \neq \frac{AD}{AD}$

$\therefore \Delta ABD$ ও ΔACD সদৃশকোণী নয়।

খ) এখানে, ΔABC এর $AB = 6cm,\ AC = 4cm,\ \ CD = 2cm, AD$ রেখাংশ ΔABC এর অন্ত:স্থ $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং O, AD এর উপর যেকোনো বিন্দু।

DA রেখাংশের সমান্তরাল করে C বিন্দু দিয়ে CE রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে। $\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$

যেহেতু DA ∥ CE এবং AC তাদের ছেদক সেহেতু

$\angle AEC = \angle BAD$ [অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACE = \angle CAD$ [একান্তর কোণ]

কিন্তু $\angle BAD = \angle CAD$ [স্বীকার]

$\therefore \angle AEC = \angle ACE;$

$\therefore AC = AE$

আবার, যেহেতু $DA \parallel CE,$

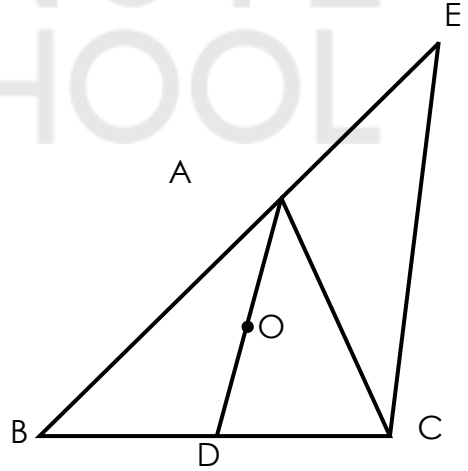
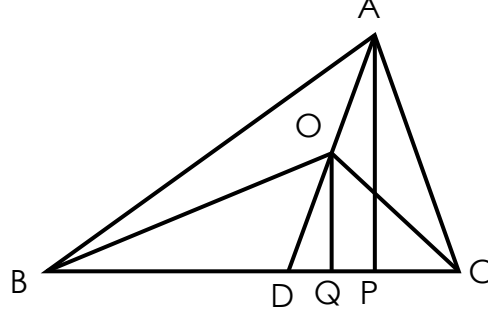
কিন্তু $AE = AC$

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{BD}{2\ cm} = \frac{6\ cm}{4\ cm}$ [$\because AB = 6\ cm,\ AC = 4\ cm,\ DC = 2\ cm$]

বা, $BD = \frac{12}{4}\ cm$

বা, $BD = 3cm$

$\therefore BD$ এর দৈর্ঘ্য $3cm$ **(Ans.)**

গ) এখানে, ΔABC এর $AB = 6\,cm,\ AC = 4\,cm,\ BD = 3\,cm$ (খ-হতে প্রাপ্ত) এবং O, AD এর উপর যে কোনো বিন্দু।

অঙ্কন: A এবং O হতে BC এর উপর যথাক্রমে AP ও OQ লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABD ও ΔACD এর উচ্চতা AP ।

$\therefore \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times BD \times AP$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2}\times$ভূমি$\times$উচ্চতা]

এবং ΔACD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times AP$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2}\times$ভূমি$\times$উচ্চতা]

ধাপ-২: আবার ΔBOD ও ΔCOD এর উচ্চতা OQ

$\therefore \Delta BOD$ এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times BD \times OQ$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2}\times$ভূমি$\times$উচ্চতা]

এবং ΔCOD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times OQ$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2}\times$ভূমি$\times$উচ্চতা]

ধাপ-৩: $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\Delta ABD - \Delta BOD}{\Delta ACD - \Delta COD}$ [$\Delta ABD = \Delta AOB + \Delta BOD$ এবং $\Delta ACD = \Delta COD + \Delta AOC$]

বা, $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\frac{1}{2}\times BD\times AP - \frac{1}{2}\times BD\times OQ}{\frac{1}{2}\times CD\times AP - \frac{1}{2}\times CD\times OQ}$ [ধাপ (১) ও (২) হতে]

$= \frac{\frac{1}{2}BD(AP-OQ)}{\frac{1}{2}CD(AP-OQ)}$

$= \frac{BD}{CD} = \frac{3\,cm}{2\,cm} = \frac{3}{2}$ [$\because CD = 2$ cm$, BD = 3\,cm$]

$\therefore \Delta AOB : AOC = 3 : 2$ **(দেখানো হলো)**

SOLVED MCQ

১) $a : b = x : y$ এবং $c : d = x : y$ হলে,

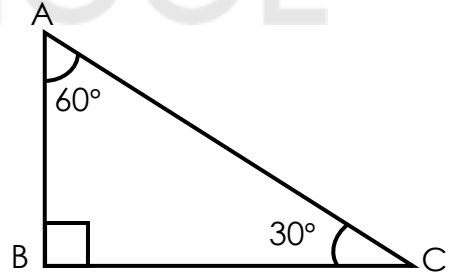
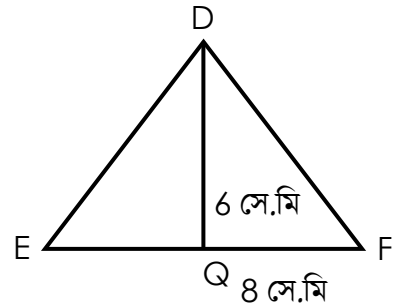
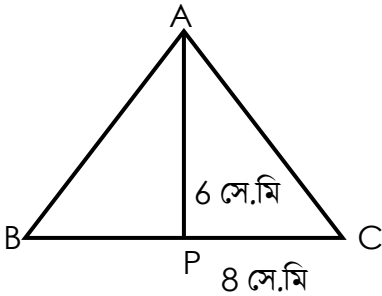
(ক) $a : b = c : d$ ✓
(খ) $a : x = b : y$
(গ) $b : a = y : x$
(ঘ) $ad = bc$

ব্যাখ্যা: অনুপাত ও সমানুপাতের ধর্ম হতে আমরা জানি,
$a : b = x : y$ এবং
$c : d = x : y$ হলে
$a : b = c : d$

২) ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90^0$ এবং $\angle A : \angle C = 3 : 6$ হলে কোণ দুইটির অনুপাত কোনটি?

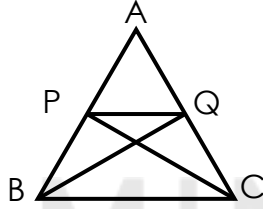
(ক) $15^o : 75^o$
(খ) $40^o : 50^o$
(গ) $45^o : 90^o$
(ঘ) $30^o : 60^o$ ✓

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে,
$\angle B = 90^0$ ও $\angle A : \angle C = 3 : 6 = 1 : 2$
মনে করি, $\angle A = x^\circ$
$\therefore \angle C = 2x^\circ$
$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
বা, $x^\circ + 90^\circ + 2x^\circ = 180^o$
বা, $3x^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
বা, $3x^\circ = 180^\circ - 90^\circ$
বা, $x^\circ = \frac{90^\circ}{3}$
$\therefore x^\circ = 30^\circ \therefore \angle A = 30^\circ$
এবং $\angle C = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$
$\therefore$ কোণ দুইটির অনুপাত $\angle A : \angle C = 30^\circ : 60^\circ$

৩)

ΔABC ও ΔDEF এর সমান সমান ভূমি $BC = EF = 8$ সে.মি. এবং উচ্চতা $AP = 3$ সে.মি. এবং $DQ = 6$ সে.মি. । Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : Δ ক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল = কত?

(ক) 1 : 2 (খ) 3 : 8 (গ) 4 : 3 (ঘ) 8 : 3

ব্যাখ্যা: ΔABC ও ΔDEF এর সমান সমান ভূমি $BC = EF = 8$ সে.মি. এবং উচ্চতা $AP = 3$ সে.মি. এবং $DQ = 6$ সে.মি.
আমরা জানি, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমিদ্বয় সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয় ও উচ্চতাদ্বয় সমানুপাতিক।
Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল : Δ ক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল $= AP : DQ = 3 : 6 = 1 : 2$

৪)

চিত্রে AB = 12 মি. এবং AP = 7 মি. হলে, AC : QC =কত?

(ক) 12 : 7 (খ) 7 : 9 (গ) 12 : 5 (ঘ) 9 : 12

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।
ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল PQ সরল রেখা ABC ত্রিভুজের অপর দুই বাহু AB ও AC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

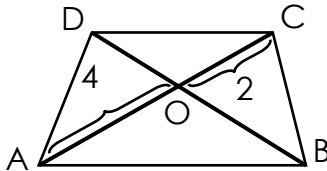
বা, $\frac{AP+PB}{PB} = \frac{AQ+QC}{QC}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{PB} = \frac{AC}{QC}$

বা, $\frac{AB}{(AB-AP)} = \frac{AC}{QC}$ [$\because PB = AB - AP$]

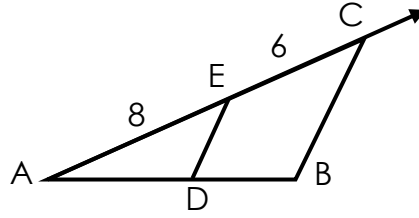
বা, $\frac{12}{12-7} = \frac{AC}{QC}$

বা, $\frac{12}{5} = \frac{AC}{QC}$ $\therefore AC : QC = 12 : 5$

৫)

ট্রাপিজিয়ামে $\frac{BO}{DO}$ =কত?

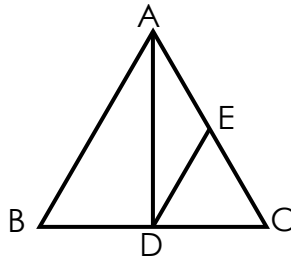
(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা: ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয় তাদের ছেদবিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।
$ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$
এখানে, $\frac{AO}{CO} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$

৬)

চিত্রে $ED \parallel BC$ এবং AE : $EC = 8 : 6$ । যদি, $AD = 4$ মি. হয় $BD =$ কত?

(ক) 4 মি. (খ) 3 মি. (গ) 5 মি. (ঘ) 4.5 মি.

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।
চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল ED সরলরেখা ABC ত্রিভুজের অপর দুই বাহু AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে AB ও AC বাহুদ্বয় যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে সমান অনুপাতে বিভক্ত হয়।
$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$
বা, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$
বা, $\frac{4}{BD} = \frac{8}{6}$
$\therefore BD = 4 \times \frac{6}{8} = 3$ মিটার।

৭)

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD হলো মধ্যমা এবং BA ∥ DE হলে, $AE : CE =$ কত?

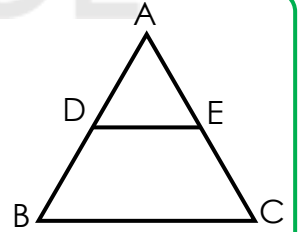
(ক) 1 : 1 (খ) 2 : 3 (গ) 1 : 2 (ঘ) 3 : 4

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD মধ্যমা এবং $BA \parallel DE$, AD মধ্যমা হওয়ায় D, BC এর মধ্যবিন্দু।
ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।
$BA \parallel DE$ হওয়ায় DE; ABC ত্রিভুজের অপর দুই বাহু BC ও AC কে D ও E বিন্দুতে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।
অর্থাৎ , $\frac{BD}{DC} = \frac{AE}{CE}$
বা, $\frac{BD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ $[\because BD = DC]$
বা, $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{1}$ $\therefore AE : CE = 1 : 1$

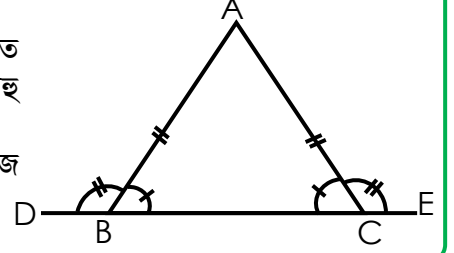
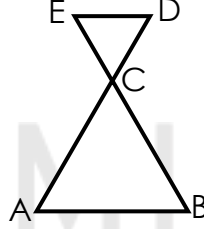
৮) $\Delta\, ABC$ এ BC এর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করলে-
i. ΔABC ও $\Delta\, ADE$ পরস্পর সদৃশ
ii. $\frac{AD}{BD} = \frac{CE}{AE}$
iii. $\frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{BC^2}{DE^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii

ব্যাখ্যা: i) চিত্রে $DE \parallel BC$ বলে,
$\angle ADE =$ অনুরূপ $\angle ABC$
এবং $\angle AED =$ অনুরূপ $\angle ACB$
ফলে, ΔABC ও ΔADE এ $\angle A = \angle A$. $\angle B = \angle D$ এবং $\angle C = \angle E$
ΔABC ও $\Delta\, ADE$ পরস্প সদৃশ
সুতরাং (i) নং সত্য।

A
D E
B C

(ii) ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।
ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$
সুতরাং (ii) নং অসত্য।
(iii) দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান।
ΔABC ও ΔADE দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের মধ্যে , BC বাহুর অনুরূপ বাহু DE
$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{BC^2}{DE^2}$

৯) কোন ত্রিভুজের দুটি বহিঃস্থ কোণ সমান। ঐ ত্রিভুজটি কিরূপ?

(ক) সদৃশকোণী (খ) সমদ্বিবাহু (গ) সমকোণী (ঘ) বিষমবাহু

ব্যাখ্যা: বহিঃস্থ কোণ দুটি সমান হলে বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দুটি সমান হবে।
কোন ত্রিভুজের যেকোন দুইটি কোণ সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুদ্বয় ও পরস্পর সমান হবে। অর্থাৎ ত্রিভুজটির দুটি বাহু পরস্পর সমান হবে।
যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে। সুতরাং ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে।

১০)

চিত্রে, $AC = 2CD, BC = 2CE$ হলে $AB : ED =$ কত?

(ক) 2 : 1 (খ) 3 : 2 (গ) 1 : 2 (ঘ) 1 : 3

ব্যাখ্যা: ΔABC ও ΔECD এর মধ্যে,

দেওয়া আছে, $AC = 2CD$ বা, $\frac{AC}{CD} = \frac{2}{1}$

এবং $BC = 2EC$ বা, $\frac{BC}{CE} = \frac{2}{1}$

$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE}$

এবং $\angle ACB =$বিপ্রতীপ $\angle ECD$

আমরা জানি,

দুইটি ত্রিভুজের একটির এক কোণ অপরটির এক কোণের সমান হলে এবং সমান সমান কোণ সংলগ্ন বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

ΔABC ও ΔECD পরস্পর সদৃশ।

আবার, সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE} = \frac{AB}{ED}$

কিন্তু $\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE} = \frac{2}{1}$

$\therefore \frac{AB}{ED} = \frac{2}{1}$

বা, $AB : ED = 2 : 1$

১১) ΔABC এবং ΔDEF সদৃশ অনুরূপ বাহুদ্বয়ের অনুপাত $3:2$ হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) $4:5$ (খ) $7:3$ (গ) $8:3$ (ঘ) $9:4$

ব্যাখ্যা: চিত্রানুসারে,

$\angle B = \angle E = 70°$

$\angle C = \angle F = 70°$

$\angle A = \angle D = 40°$

সুতরাং ΔABC এবং ΔDEF সদৃশ

আমরা জানি ,

দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরুপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফলঃ ΔDEF এর ক্ষেত্রফল$= BC^2 : EF^2$

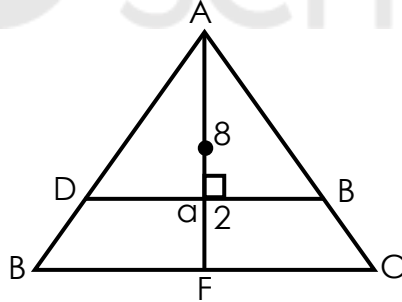
$= (4)^2 : (10)^2$

$= 16 : 100 = 4 : 25$

যেহেতু ΔABC এবং ΔDEF সদৃশ । সুতরাং তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরুপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান

বা, $\frac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta DEF \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল : ΔDEF এর ক্ষেত্রফল$= 9 : 4$

১২)

চিত্রে $AB : AD = AC : AE$ এবং ΔADE এর ক্ষেত্রফল 12 বর্গ একক হলে-

i. DE এর দূরত্ব 3 একক

ii. ΔABC এবং ΔADE সদৃশ

iii. $\frac{AF}{AG} = \frac{AB}{AD}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii

ব্যাখ্যা: i. নং সত্য কারণ

ΔADE এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times DE \times 8$

বা, $12 = 4 \times DE$

বা, $DE = \frac{12}{4} = 3$

ii. নং সত্য কারণ

ΔABC ও ΔADE – এ

$\angle A = \angle A$ এবং $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

অর্থাৎ সমান সমান কোণ সংলগ্ন বাহুগুলো সমানুপাতিক।

iii. নং সত্য কারণ ,সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতিক।

ΔADG ও ΔABF এর মধ্যে,

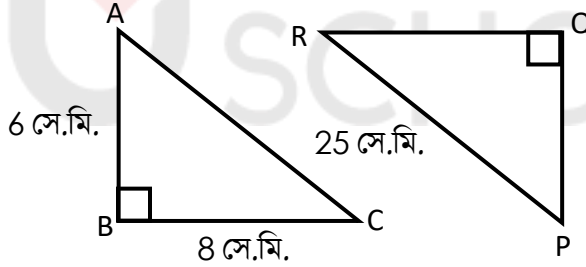
$\angle AGD = \angle AFB$ [এক সমকোণ]

$\angle DAG = \angle BAF$ [সাধারণ]

এবং $\angle ADG = \angle ABF$ [অবশিষ্ট কোণ]

$\therefore \Delta ADG$ এবং ΔABF সদৃশ

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AF}{AG}$

১৩)

ওপরের চিত্রে, ΔABC ও ΔPQR সদৃশকোণী।

i. AC এর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি.

ii. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের 6.25 গুন

iii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ✓ (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) নং সত্য কারণ

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$\therefore AC = \sqrt{100} = 10$ সে.মি.

(ii) নং সত্য কারণ
আমরা জানি, দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত তাদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।

বা, $\frac{\Delta PQR \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{25^2}{10^2} = \frac{625}{100} = 6.25$
অর্থাৎ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের 6.25 গুন।

(iii) নং মিথ্যা কারণ: ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ বর্গ সে.মি. ।

১৪) বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

(ক) শূন্যটি ✔ (খ) একটি (গ) তিনটি (ঘ) অসংখ্য

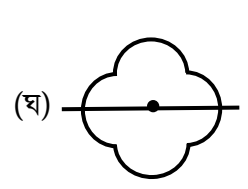
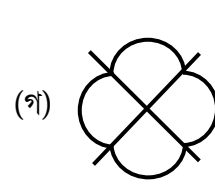
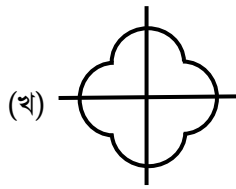
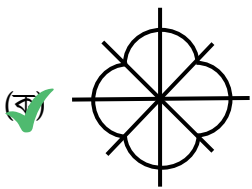
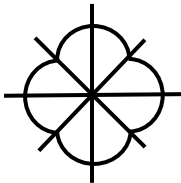
ব্যাখ্যা: যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরস্পর অসমান তাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ বলে।
বাহু তিনটি অসমান হওয়ায় বিষমবাহু ত্রিভুজের কোনো প্রতিসাম্য রেখা নাই। কারণ একে কোনো প্রতিসাম্য রেখা দ্বারা সমান দুই ভাগে ভাগ করা যায় না।

১৫) মানুষের কয়টি প্রতিসাম্য রেখা বিদ্যমান?

(ক) 1 ✔ (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা: বাহ্যিকভাবে মানুষের একটি প্রতিসাম্য রেখা বিদ্যমান।

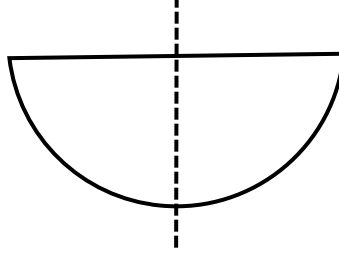
১৬) নিচের কোনটিতে সঠিকভাবে সকল প্রতিসাম্য রেখা দেখানো হয়েছে?

(ক)
(খ)
(গ)
(ঘ)

ব্যাখ্যা:

চারটি প্রতিসাম্য রেখা।

১৭) বৃত্তের প্রতিসাম্য রেখা অসংখ্য হলে, অর্ধবৃত্তের কয়টি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?

(ক) ১ (খ) ২ (গ) ৩ (ঘ) অসংখ্য

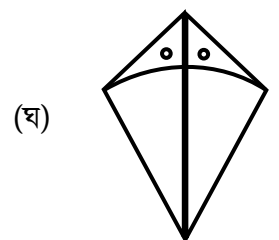
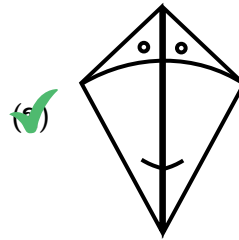
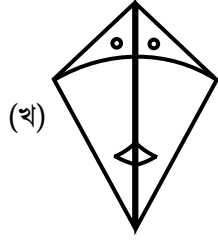
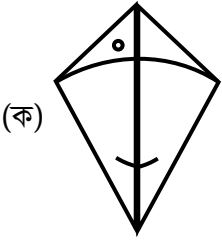
ব্যাখ্যা: বৃত্তের প্রতিসাম্য রেখা অসংখ্য হলেও অর্ধবৃত্তের মাত্র একটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। অর্থাৎ অর্ধবৃত্তকে শুধুমাত্র একটি আয়না রেখা দ্বারা সমান দুই ভাগে ভাগ করা যায়। নিচে একটি অর্ধবৃত্তের প্রতিসাম্যতা দেখানো হয়েছে।

১৮)

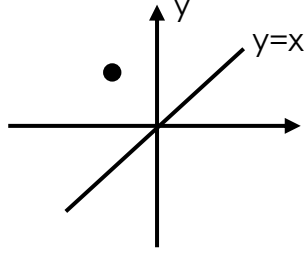
সম্পূর্ণ চিত্রটি দেখতে কেমন?

(ক)

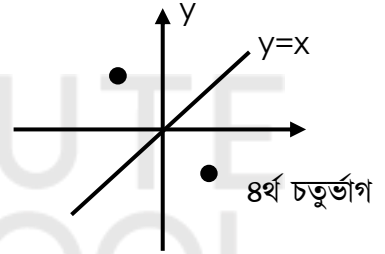
(খ)

(গ)

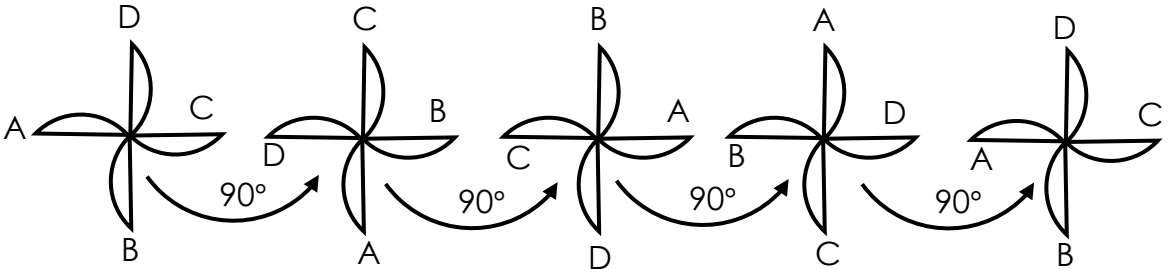
(ঘ)

ব্যাখ্যা:
প্রতিসমতার ধারণার সাথে আয়নার প্রতিফলনের সম্পর্ক রয়েছে। কোনো জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা তখনই থাকে, যখন তার অর্ধাংশের প্রতিচ্ছবি বাকি অর্ধাংশের সাথে মিলে যায়। সম্পূর্ণ চিত্রটি আঁকার জন্য প্রতিসম রেখার সাপেক্ষে চিত্রটির প্রতিচ্ছবি আঁকি। তাহলে (গ) নং চিত্রটি পাওয়া যায়।

১৯)

$y = x$ রেখার সাপেক্ষে চিত্রের ফুটকিটির প্রতিবিম্বের অবস্থান কোন চর্তুভাগে?

(ক) ১ম (খ) ২য় (গ) ৩য় (ঘ) ৪র্থ

ব্যাখ্যা:
$y = x$ রেখাকে প্রতিসাম্য রেখা বিবেচনা করলে ফুটকিটির প্রতিচ্ছবি বা প্রতিবিম্ব ৪র্থ চর্তুভাগে দেখা যাবে। পাশের চিত্রে ফুটকিটির প্রতিবিম্ব দেখানো হয়েছে ।

২০) চার পাখাবিশিষ্ট ফ্যানের ঘূর্ণন প্রতিসমতার অর্ধমাত্রা কত?

 (ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 6

ব্যাখ্যা:
চার পাখাবিশিষ্ট ফ্যানের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা হচ্ছে 4 । অর্থাৎ প্রতি 90^{o} ঘূর্ণনের পর প্রতিসম অবস্থায় আসবে।
অতএব, অর্ধমাত্রার মান হবে 2

২১) একটি বস্তুর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 10। এর ঘূর্ণন কোণ কত?

(ক) 10° (খ) 30° (গ) 36° (ঘ) 72°

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণন কোণ= $\frac{\text{পূর্ণ ঘূর্ণনে কোণের পরিমাপ}}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}} = \frac{360^0}{10} = 36^0$

২২) ঘূর্ণন কোণ α এর সীমা কত?

(ক) $0^0 < \alpha < 360^0$ (খ) $0^0 \leq \alpha < 180^0$

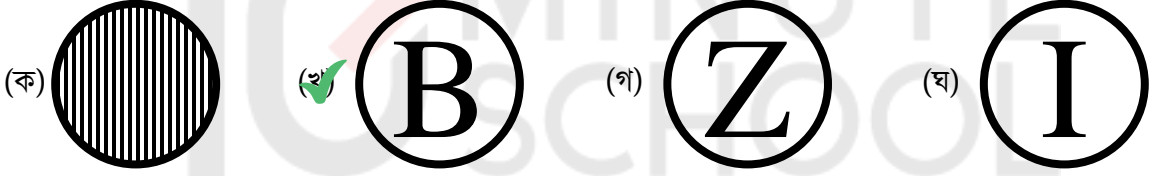
(গ) $0^0 \leq \alpha \leq 360^0$ (ঘ) $0^0 < \alpha \leq 360^0$

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণনের সময় কোনো বস্তু যে পরিমাণ কোণে ঘোরে তা হলো ঘূর্ণন কোণ। একটি বস্তু 0^0 থেকে শুরু করে 360^0 পর্যন্ত যেকোনো কোণে ঘুরতে পারে। ঘূর্ণনের ফলে বস্তুর নতুন অবস্থানের বস্তুর আকৃতি ও আঁকার আদি অবস্থানের ন্যায় একই বলে আমরা বলি বস্তুটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে।

২৩) নিচের কোন চিত্রটি ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1 ?

(ক) (খ)

(গ)

(ঘ)

ব্যাখ্যা: (ক) নং চিত্রটি প্রতি 180^0 ঘুরালে দেখতে হুবহু আদি অবস্থার মতো হয়। সুতরাং এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 2 ।

(খ) নং চিত্রকে 360^0 ঘুরালে পূর্বের অবস্থানে আসে। সুতরাং এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1 ।

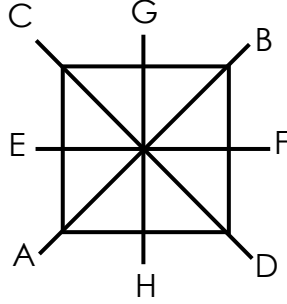
(গ) নং চিত্রকে 180^0 ঘুরালে পূর্বের অবস্থানে আসে। সুতরাং এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 2 ।

(ঘ) নং চিত্রকে 180^0 ঘুরালে পূর্বের অবস্থানে আসে। সুতরাং এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 2 ।

২৪) $EFGH$ পৃষ্ঠের প্রতিসাম্য রেখা কয়টি?

(ক) 8 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা: উদ্দীপকের চিত্রটি একটি ঘনক এবং ঘনকের প্রতিটি পৃষ্ঠ এক একটি বর্গ। তাই $EFGH$ পৃষ্ঠটি একটি বর্গ। আর বর্গ একটি সুষম চতুর্ভুজ । সুতরাং বর্গের প্রতিসাম্য রেখা হলো চারটি।
নিচের চিত্রে বর্গটির চারটি প্রতিসাম্য রেখা AB, CD, EF, GH

২৫)

BH এর দৈর্ঘ্য কত?

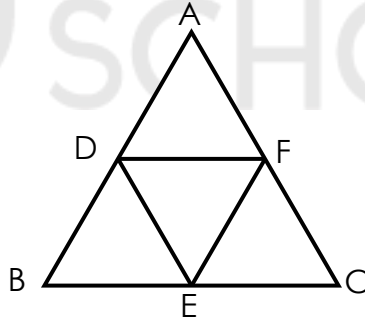
(ক) 4.47 সে.মি. (প্রায়)

(খ) 6.71 সে.মি. (প্রায়)

(গ) 7.07 সে.মি. (প্রায়)

(ঘ) 8.66 সে.মি. (প্রায়)

ব্যাখ্যা: ঘনকের কর্ণঃ চিত্রে BH হলো $EFGHB$ ঘনকের কর্ণ ।
দেওয়া আছে, ঘনকের ধার, $a = 5$ সে.মি.
আমরা জানি, কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3}$ একক $= 5\sqrt{3}$ সে.মি.$= 8.66$ সে.মি.

২৬)

ΔABC এর $AB = BC = CA = 3$ সে.মি. এবং D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু।

ΔDEF এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 3.9 বর্গ সে.মি.

(খ) 0.975 বর্গ সে.মি.

(গ) 0.75 বর্গ সে.মি.

(ঘ) 0.49 বর্গ সে.মি.

ব্যাখ্যা: ΔABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2$ বর্গ সে.মি. $[AB = BC = CA = a = 3$ সে.মি$]$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4}$ বর্গ সে.মি.

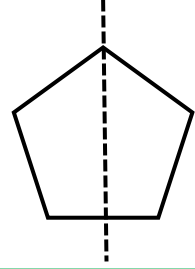
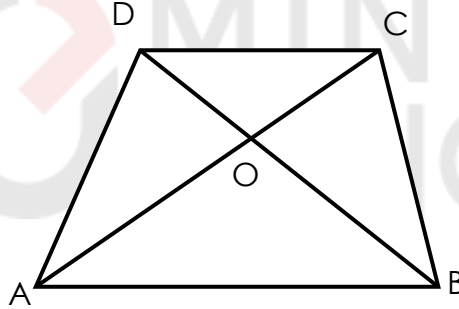
$\therefore \Delta DEF$ এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{4}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{9\sqrt{3}}{4}$ বর্গ সে.মি.

$= 0.975$ বর্গ সে.মি.

২৭) প্রতিসাম্য রেখার (ড্যাশযুক্ত রেখা) সাপেক্ষে সম্পূর্ণ চিত্র নিচের কোনটি?

(ক) সুষম পঞ্চভুজ (খ) সুষম ষড়ভুজ (গ) বর্গ (ঘ) অষ্টভুজ

ব্যাখ্যা:
প্রতিসাম্য রেখার সাপেক্ষে চিত্রটির প্রতিচ্ছবি আঁকলে নিচের চিত্রের ন্যায় সুষম পঞ্চভুজ পাওয়া যায়।
সুতরাং, চিত্রটি সুষম পঞ্চভুজ।

২৮)

উপরের চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $OA : OB = OD : OC$ (খ) $OA : OB = OC : OD$

(গ) $OA : OD = OB : OC$ (ঘ) $OA : OC = OB : OD$

ব্যাখ্যা: ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয় তাদের ছেদ বিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।
অর্থাৎ $OA : OC = OB : OD$

২৯)

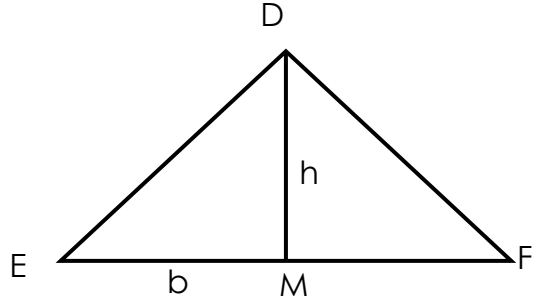
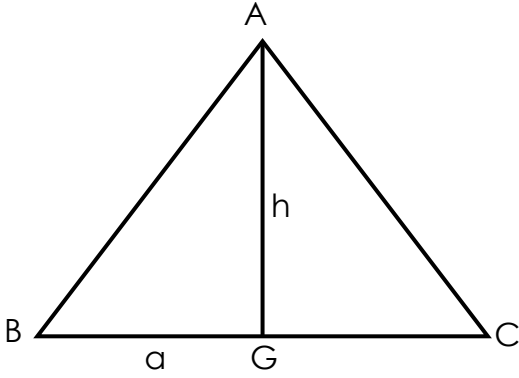
i. ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ii. ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু এবং সম্পাত বিন্দুতে $2 : 1$ অনুপাতে বিভক্ত হয়।

iii. দুটি ত্রিভুজের একটির কোণগুলো অপরটির কোণগুলোর সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম

নিচের কোনটি সঠিক?

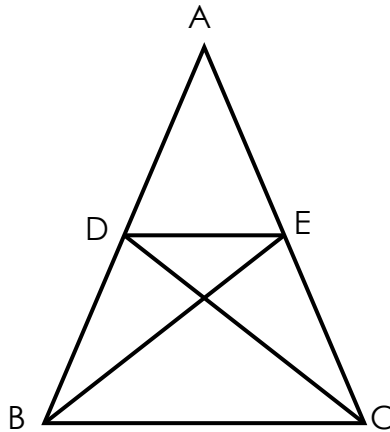
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii

৩০)

ΔABC এর ক্ষেত্রফল : ΔDEF এর ক্ষেত্রফল =

(ক) BC : EF (খ) AB : DE

(গ) AC : DF (ঘ) AH : DM

ব্যাখ্যা: দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের ও ভূমিদ্বয়ের অনুপাত সমানুপাতিক।
$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = \text{BC} : EF$

নিচের তথ্যের আলোকে ৩১-৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC এর BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাংশ AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

৩১) নিচের কোনটি সঠিক?

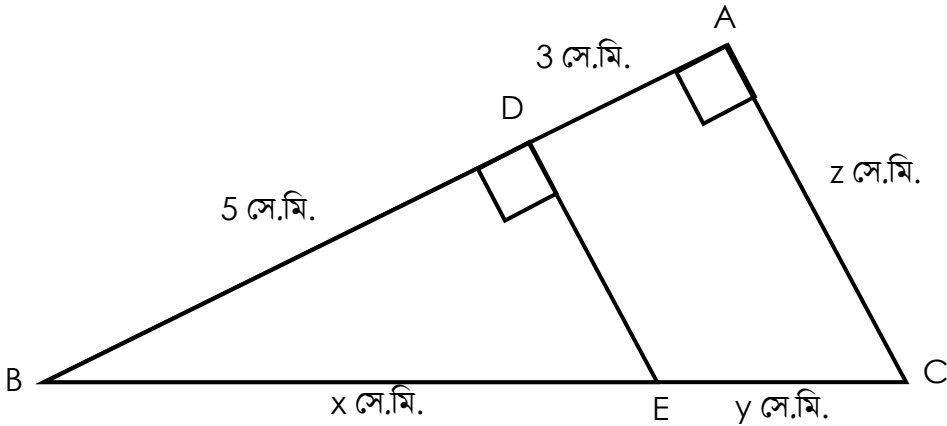
(ক) $\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{AD}{BD}$ ✓
(খ) $\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC} = \frac{AD}{BD}$
(গ) $\frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{AD}{BD}$
(ঘ) $\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{AE}{BD}$

৩২) নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{AE}{BC}$
(খ) $\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC} = \frac{AE}{BC}$
(গ) $\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC} = \frac{AD}{BD}$
(ঘ) $\frac{\Delta ADE}{\Delta DEC} = \frac{AE}{EC}$ ✓

৩২) নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) Δ -ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ -ক্ষেত্র ADE
(খ) Δ -ক্ষেত্র $BDE = \Delta$ -ক্ষেত্র DEC ✓
(গ) Δ -ক্ষেত্র $ADE = \Delta$ -ক্ষেত্র DEC
(ঘ) Δ -ক্ষেত্র $ADE = \Delta$ -ক্ষেত্র BDE

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪-৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৩৪) উপরের চিত্রে x এর মান কত?

(ক) 8 সে.মি.
(খ) 10 সে.মি.
(গ) $\sqrt{41}$ সে.মি. ✓
(ঘ) $\sqrt{48}$ সে.মি.

ব্যাখ্যা: $x^2 = 4^2 + 5^2 \Longrightarrow x^2 = 41 \quad \therefore x = \sqrt{41}$ সে.মি.

৩৫) Z এর মান কত?

(ক) 10.6 সে.মি. (খ) 6.4 সে.মি. (গ) 7.5 সে.মি. (ঘ) 2.5 সে.মি.

ব্যাখ্যা: ΔABC ও ΔBDE সদৃশ

$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{DE}{AC} \Longrightarrow \frac{5}{8} = \frac{4}{Z}$

$\therefore Z = \frac{32}{5} = 6.4$

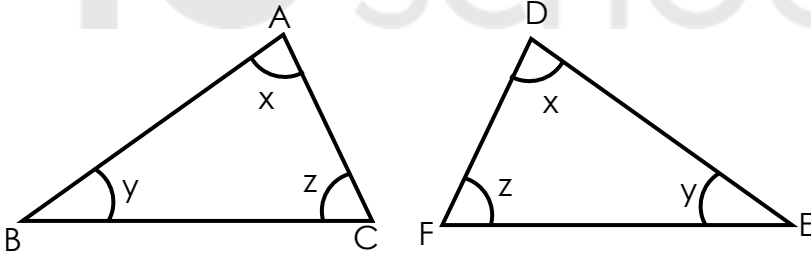
৩৬) চিত্রানুযায়ী y এর মান কত?

(ক) 3.25 সে.মি. (খ) 3.75 সে.মি. (গ) 3.84 সে.মি. (ঘ) 3.95 সে.মি.

ব্যাখ্যা: $\frac{BC}{BE} = \frac{AB}{BD} \Longrightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{8}{5}$

$\Longrightarrow 8x = 5x + 5y \Longrightarrow 5y = 3x$

$\Longrightarrow y = \frac{3\times\sqrt{41}}{5} = 3.84$ সে.মি.

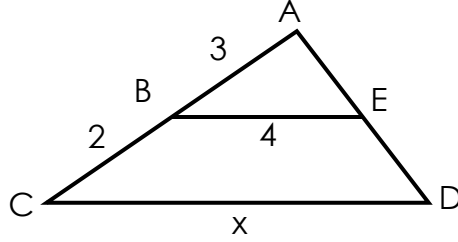
৩৭)

উপরের ত্রিভুজ দুইটির ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (খ) $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EF}$

(গ) $\frac{AB}{DE} = \frac{DF}{BC}$ (ঘ) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DF}$

ব্যাখ্যা: ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী তথা সদৃশ।
সুতরাং অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

৩৮)

উপরের চিত্রে $BE \parallel CD$ হলে, নিচের কোনটি x এর সঠিক মান?

(ক) $6\frac{2}{3}$ ✓ (খ) $6\frac{1}{3}$

(গ) $7\frac{1}{2}$ (ঘ) $5\frac{3}{4}$

ব্যাখ্যাঃ ΔABE ও ΔACD সদৃশ।

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$

$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{4}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

৩৯) একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত?

(ক) $5:1$ (খ) $2:1$ (গ) $4:1$ ✓ (ঘ) $5:2$

ব্যাখ্যা: ১ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে অপর বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $4a$.

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের অনুপাত= $\sqrt{(4a)^2+(4a)^2} : \sqrt{a^2+a^2}$

$= \sqrt{32a^2} : \sqrt{2a^2}$

$= 4\sqrt{2}a : \sqrt{2}a$

$= 4 : 1$

৪০) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর-

i. বর্গ ও আয়ত সদৃশকোণী হলেও এরা সদৃশ নয়

ii. দুটি সদৃশ ত্রিভুজ সর্বদা সদৃশকোণী

iii. দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজের একজোড়া অনুরূপ বাহু সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii ✓

৪১)

i. প্রত্যেক সুষম বহুভুজ একটি প্রতিসম চিত্র

ii. বহুভুজ কতকগুলো রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র

iii. প্রতিসমতার ধারণার সাথে আয়নার প্রতিফলনের সম্পর্ক রয়েছে।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i , ii ও iii

৪২)

i. প্রতিসাম্য রেখা নির্ণয় কাল্পনিক আয়নার অবস্থান রেখার সাহায্য নেওয়া হয়।

ii. বৃত্তের প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা মোট 2 ।

iii. ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i , ii ও iii

৪৩)

i. প্রতিসমতা একটি প্রয়োজনীয় জ্যামিতিক ধারণা।

ii. রেখা প্রতিসমতা ও প্রতিফলন প্রতিসমতা এক নয়।

iii. P বর্ণটির রেখা প্রতিসমতা বিদ্যমান ।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) iii (ঘ) i , ii

৪৪)

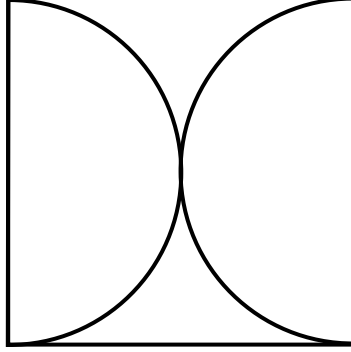
i. প্রতিসমতার ধারণাকে ডিজাইনাররা প্রতিনিয়ত ব্যবহার করে থাকেন।

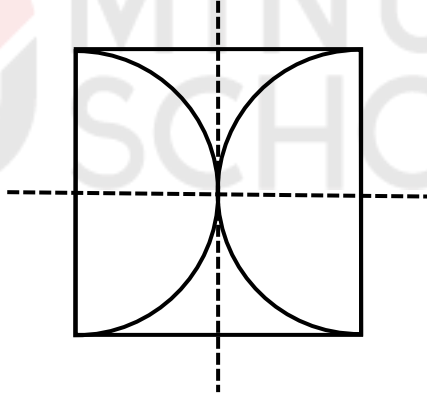
ii. রেখা প্রতিসমতাকে প্রতিফলন প্রতিসমতাও বলা হয়।

iii. বিষম বাহু ত্রিভুজের 2 টি প্রতিসাম্য রেখা আছে।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i , ii ও iii

৪৫)

উপরের চিত্রে প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা কত?

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

৪৬) অর্ধবৃত্তের প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা কয়টি?

(ক) 1 টি (খ) 2 টি (গ) 3 টি (ঘ) 4 টি

৪৭) রেখা প্রতিসমতার আরেক নাম কি?

(ক) প্রতিসরণ প্রতিসমতা (খ) ঘূর্ণন প্রতিসমতা

(গ) প্রতিফলন প্রতিসমতা (ঘ) কৌণিক প্রতিসমতা

৪৮) রেখা প্রতিসাম্য বস্তুর কোণ পরিমাপের জন্য কোনটি সত্য?

(ক) দ্বিগুন হয় (খ) অপরিবর্তিত হয়

(গ) তিনগুণ হয় (ঘ) অর্ধেক হয়

৪৯) যে কোনো জ্যামিতিক চিত্রের অবশ্যই কত মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা বিদ্যমান?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 4

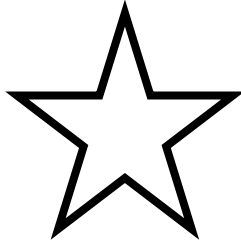
৫০)

উপরোক্ত চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা কত?

(ক) 5 (খ) 6

(গ) 7 (ঘ) 8

ব্যাখ্যাঃ 60° কোণে 6 টি অবস্থানে চিত্রটি একই রকম।

৫১)

উপরোক্ত চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা কত?

(ক) 1 (খ) 6 (গ) 5 (ঘ) 7

ব্যাখ্যাঃ 72° কোণে 5 টি অবস্থানে চিত্রটি একই রকম।

৫২) কোনো চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 8। এর ঘূর্ণন কোণ কত?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণন কোণ= $\frac{360°}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}} = \frac{360°}{8} = 45°$

৫৩)

i. সমবাহু ত্রিভুজ একটি সুষম বহুভূজ।

ii. বর্গের ঘূর্ণন কেন্দ্র হলো কর্ণ দুইটির ছেদ বিন্দু।

iii. ঘূর্ণনের প্রতিসমতা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 4 বিষয়ের প্রতি লক্ষ্য রাখতে হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i

৫৪) সমতলীয় জ্যামিতিতে-

i. ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কমসংখ্যক রেখাংশ নিয়ে গঠিত বহুভূজ।

ii. চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভূজ হলো রম্বস।

iii. সুষম পঞ্চভূজের বাহুগুলো সমান হলেও কোণগুলো অসমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i,ii ও iii

ব্যাখ্যা:

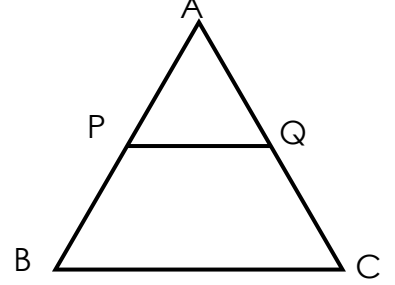
i. বহুভূজ হলো কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্র। কোনো আবদ্ধ ক্ষেত্র তৈরি করতে কমপক্ষে তিনটি রেখাংশ প্রয়োজন। আবার তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে। সুতরাং বলা যায়, ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কমসংখ্যক রেখাংশ নিয়ে গঠিত বহুভূজ। তাই (i) নং সত্য।

ii. বহুভূজ হলো কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্র। বহুভূজের রেখাংশ গুলোর দৈর্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান হলে তাকে সুষম বহুভূজ বলে। বর্গ ক্ষেত্রের বাহুর সংখ্যা চারটি ও কোণের সংখ্যাও চারটি। এবং বর্গ ক্ষেত্রের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান। সুতরাং চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভূজ হলো বর্গক্ষেত্র। কিন্তু রম্বসের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান হলেও কোণগুলো অসমান। তাই (ii) নং সত্য নয়।

iii. বহুভূজ হলো কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্র। বহুভূজের রেখাংশ গুলোর দৈর্ঘ্য সমান ও কোণগুলো সমান হলে তাকে সুষম বহুভূজ বলে। সুতরাং সুষম পঞ্চভূজের বাহু ও কোণগুলো সমান। তাই (ii) নং সত্য নয়।

৫৫) ΔABC এর AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q হলে, $\Delta ABC : \Delta APQ$ =কত?

(ক) $1:2$ (খ) $1:4$ (গ) $2:1$ (ঘ) $4:1$

ব্যাখ্যা: ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X, Y হলে,
Δক্ষেত্রে AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δক্ষেত্রে ABC এর ক্ষেত্রফল)
এখানে, ΔABC এর AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ।
তাহলে, Δক্ষেত্রে APQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δক্ষেত্রে ABC এর ক্ষেত্রফল)
বা, $4 \times \Delta$ক্ষেত্রে APQ এর ক্ষেত্রফল $= \Delta$ক্ষেত্রে ABC এর ক্ষেত্রফল
বা, $4 \times \Delta APQ = \Delta ABC$
বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta APQ} = \frac{4}{1}$
$\therefore \Delta ABC : \Delta APQ = 4:1$

৫৬) $a:b = 7:3$ হলে,

i. $a+b:b = 10:3$

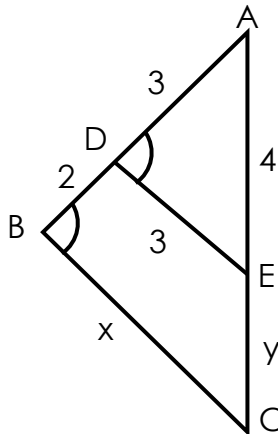
ii. $a-b:b = 4:3$

iii. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{4}{10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i,ii,iii

ব্যাখ্যা: iii সঠিক নয়, কারণ, $a:b = 7:3$
$\frac{a}{b} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{7+3}{7-3} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{10}{4}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

DE||BC

৫৭) BC এর দূরত্ব = কত?

(ক) 2 (খ) 3 (গ) 5 (ঘ) 6

ব্যাখ্যাঃ ΔADE ও ΔABC সদৃশ

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

$\therefore \frac{3}{5} = \frac{3}{x}$

$\therefore x = 5$

৫৮) $CE =$ কত?

(ক) 2.5 (খ) 2.67 (গ) 4.5 (ঘ) 3.33

ব্যাখ্যাঃ $\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$

$\therefore \frac{4+y}{4} = \frac{5}{3} \Rightarrow 4 + y = \frac{20}{3} \Rightarrow y = \frac{20}{3} - 4 \Rightarrow \frac{20-12}{3} = \frac{8}{3} = 2.67$

৫৯) ইংরেজি বর্ণ 'O' এর-

i. রৈখিক ও ঘূর্ণন প্রতিসমতা উভয় বিদ্যমান।

ii. প্রতিসাম্য রেখা অসংখ্য।

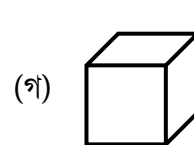
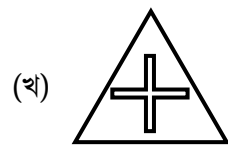
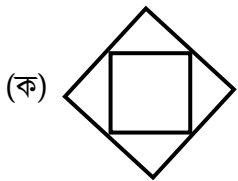
iii. ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা অসীম।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i,ii,iii

ব্যাখ্যা: 'o' বর্ণটি একটি বৃত্তের মতো।

৬০) নিচের কোনটির ঘূর্ণন কোণ 180°?

(ক)
(খ)
(গ)
(ঘ)

ব্যাখ্যা: চিত্রটিতে ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 2

ঘূর্ণন কোণ $= \frac{360°}{2} = 180°$